

Antagningsprov Mattekollo 2018 åk 6-8

Instruktioner för dig som ska söka till Mattekollo 2018 åk 6 - åk 8

Matematik är kul men Mattekollo 2018 har tyvärr ett begränsat antal platser. Det blir även ett roligare kollo om de som kommer är lika intresserade av matematik och är ungefär på samma nivå. Vi har därför förberett ett antal uppgifter. För att du ska trivas på lägret är det viktigt att nivån på dina inskickade lösningar motsvarar din egen förmåga. Därför måste du lösa uppgifterna utan hjälp av föräldrar, kompisar, syskon, internet med mera. Om det visar sig att du har fått hjälp med uppgifterna eller samarbetat med någon så får du inte åka på kollo, varken i år eller kommande år.

Till Mattekollo antas de 15 elever i respektive årskurs (åk 6, åk 7, åk 8) som får bäst resultat på antagningsprovet eller är direktkvalificerade från årets HMT-final (plats 1-15). Elever som precis har avslutat åk 5 tävlar i åk 6-kategorin.

Lös uppgifterna nedan så gott som du kan och skicka in lösningarna till **matematiksallskapet@gmail.com** senast den **22 april 2018**. Skriv numret på uppgiften på varje blad där lösningsförslaget finns med. Du behöver inte skriva av själva problemen. Du behöver inte lämna in lösningar på alla uppgifter, det är inte meningen att alla ska lösa allt. Om du har frågor om någon av uppgifterna, så skickar du alla dina frågor också till adressen ovan.

Alla dina lösningar ska skickas in samtidigt och vara bilagor till din e-post, tillåtna format är .txt, .doc, .docx, .pdf, .jpg, .tif, .png (det kan vara inscannade/fotade bilder eller datorskrivna dokument). Var noga med att bilderna hamnar åt rätt håll i mailet. Lösningarna ska gå att läsa, var noga med handstil samt kvalitet på scanningen/fotot. Filerna du skickar får inte överstiga 20 Mb i storlek. I ämnesraden (subject) skriver du "Skriftligt prov", samt ditt förnamn och efternamn, t.ex. "**Skriftligt prov Anna Svensson**" är en godkänd ämnesrad.

Om du kommer på att du vill ändra något så kan du skicka alla lösningar på nytt igen med samma ämnesrad. Vi kommer då bara kolla på det senast inskickade mailet, medan alla tidigare mail ignoreras.

Ju bättre du förklarar dina lösningar, desto större chans har du att komma med på Mattekollo 2018! Skriv ner dina tankar även om du inte har löst hela uppgiften, delpoäng kan vara avgörande.

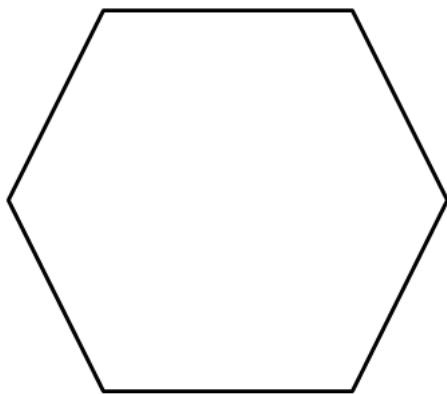
Besked om antagning/reservplats skickas av oss senast den **6 maj**. Som reserv får du veta om du kommer in senast den **20 maj**, vilket även är det senaste datumet att bestämma dig för om du ska vara med eller inte. Kom ihåg att anmäla dig som sökande på <http://mattekollo.se>! Detta gör du senast den **22 april**.

Misströsta inte om vi inte har möjlighet att ta in just dig till årets kollo. Försök nästa år igen, och fortsätt att ha kul med matematik! Vi har fler aktiviteter i föreningen Matematiksällskapet under årets gång, som är öppna för alla, så se till att bli medlem.

Den hexagonala datorn

2. Snart efter Rickards misslyckade försök att klona bananer får han en ny affärsidé. Istället för de gamla vanliga rektangulära bärbara datorerna ska han nu i veckan lansera den första kommersiella hexagonala datorn. Enda problemet är att han behöver en logga till sin dator. Han vill att den ska bestå av en regelbunden sexhörning (dvs. en sexhörning där alla sidor är lika långa och alla vinklar är lika stora, se bilden nedan). Eftersom talet åtta är hans favorittal bestämmer han sig därför för att hans logga ska bestå av en regelbunden sexhörning delad i åtta likadana delar. Men det visade sig vara svårare än han trodde att åstadkomma detta. Kan du hjälpa honom?

Dvs. hitta ett sätt att dela en regelbunden sexhörning i åtta likadana delar. Delarna ska alltså förutom samma area ha samma storlek och form.



Att kringgå virusattacker

3. Innan Rickard kan lansera sin hexagonala dator måste han ta kontakt med en gammal bekant, Bettan som har tidigare erfarenhet av att göra sina produkter tillgängliga för allmänheten. Problemet med Bettan är att hon är rädd för att bli avlyssnad, så vill man kommunicera med henne måste man skicka frågor via ett datornätverk. Svaret kommer i form av en sexsiffrig kod där alla siffrorna är olika. Om det sexsiffriga talet är delbart med något annat heltal som inte är 1 (dvs om det är ett *sammansatt* tal), då menar Bettan ja. Om inte det är delbart med annat heltal (dvs det är ett *primtal*), innebär det ett nej.

Dessvärre är en av noderna på detta nätverk infekterad med ett datorvirus som förvränger varje meddelande. Som tur, vet Bettan vad viruset gör med tal som skickas: det tar två slumpmässiga siffror ur meddelandet och raderar dem. Till exempel, om Bettan skickar tal 12345679 så kan viruset radera lika väl 1, 2 som 1, 3. Då kommer Rickard att få antingen 345679 eller 2456789. 2456789 är delbart med 3, men 345679 är ett primtal. Det innebär att om Bettan skickar 12345679 så kan Rickard förstå henne på olika sätt, beroende på vad viruset gör.

Rickard skriver och frågar Bettan ifall hon kan hjälpa honom med hans idé. Bettan får meddelandet och bestämmer sig för att hjälpa till och vill därför skicka ett ja. Ge exempel på ett tal hon kan skicka till Rickard för att han ska förstå detta.

Det vill säga, hitta ett 8-siffrigt tal som består av olika siffror att suddar man bort valfria två siffror av detta tal så får man ett sammansatt tal.

Ett *sammansatt* tal är alltså ett heltal som är större än 1 och som inte är ett primtal, dvs. det kan delas med ett tal som inte är 1 eller talet själv. T.ex. är 4 ett sammansatt tal eftersom det är delbart med 2, 18 är ett sammansatt tal eftersom det är delbart med t.ex. 6, medan 7 inte är sammansatt eftersom det bara är delbart med sig själv och 1.

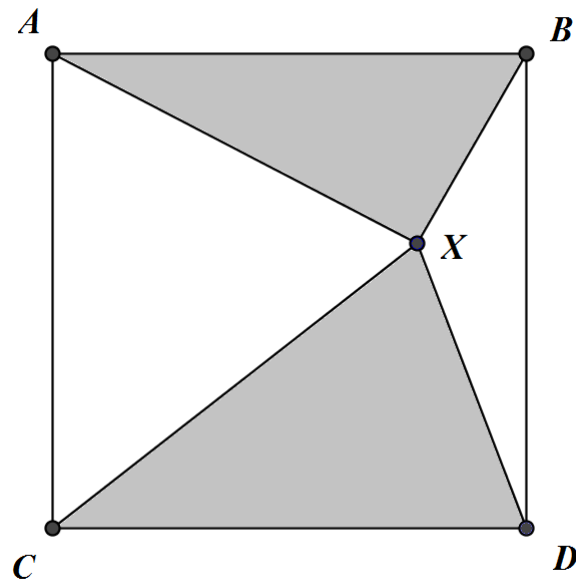
Den talande roboten

4. Den hexagonala datorn visade sig bli omåttligt populär, efter bara en månad hade Rickard tjänat så mycket pengar att han kan satsa på med avancerade projekt. Han håller nu på att bygga en robot som han vill kunna kommunicera med. Eftersom det är ganska svårt att lära robotar svenska, så bestämmer han sig för att uppfinna ett eget språk som den kan använda. Språket består av sex bokstäver: A, I, M, N, R, T. Varje ord innehåller exakt sex stycken *olika* bokstäver. Eftersom Rickard börjar bli lite orolig över att Martin kanske försöker ta över hans affärer och konkurrera ut honom, så bestämmer han sig för att göra språket obegripligt för Martin. För att göra detta ordnar han inte bokstäverna i alfabetisk ordning enligt vårt svenska alfabet, utan istället en ordning sådan att AITNRM blir det första ordet i ordboken. Vilket ord kommer direkt efter ordet MARINT i ordboken?

Trianglar

5. Rickards och Martins favoritdatorspel heter Trianglar. Det handlar om att fördela en kvadrat på så sätt att man får den största arean. Spelet börjar med att en punkt X placeras i mitten av en kvadrat ABCD (se bilden på nästa sida). Rickard, som alltid börjar, får dra punkten X åt vänster eller höger, varpå Martin får dra punkten vidare uppåt eller neråt hur mycket han vill. Enda begränsningen är att punkten inte får lämna kvadratens insida. Efter att detta gjorts lägger spelet ihop arean av trianglarna ABX och CDX (alltså arean av de gråa trianglarna i figuren). Om den arean är större än arean av ACX och BDX ihop (dvs arean av de vita trianglarna i samma figur), då vinner Rickard, annars vinner Martin.

Hur kommer spelet att sluta om både Rickard och Martin är supersmarta och spelar optimalt?



En gåtfull vänskap

6. För att fira den otroliga framgången med den hexagonala datorn bjuder Rickard och Martin in Bettan som de fick hjälp av på middag. Det blir en lång och trevlig kväll där samtalsämnena avlöser varandra i ett. Vid ett tillfälle nämner Rickard att han hade haft lite problem med sin dator. Bettan, som är expert på datorer, tar sig en titt och löser problemet... men samtidigt kan hon inte låta bli att skämta lite med Rickard.

När Rickard sätter på datorn nästa gång blir skärmen svart och det börjar blinka tal på skärmen. Han studerar detta fenomen en stund och kommer fram till att ett tal skrivs ut i sekunden samt att talet som skrivs ut på skärmen bildas från det föregående talet genom att multiplicera det talets siffror med varandra och addera 18. Rickard inser snabbt att han inte kan lösa detta på egen hand och springer för att hämta Martin.

När Rickard lämnar datorn står talet 13 på skärmen. Exakt tre minuter senare kommer han tillbaka med Martin som hjälper till att reda ut situationen. Vilket tal står på skärmen då?

Lördagsunderhållning

7. Martin har fått i uppdrag att vakta Rickards senaste experiment medan han åker och inhandlar fler sladdar. Eftersom det är ett fruktansvärt tråkigt jobb bestämmer sig Martin för att fördriva tiden genom att titta på TV. Dessvärre visar det sig att fjärrkontrollen har gått sönder och att alla knapparna har lossnat. Förbittrad över att inte kunna se sitt favoritprogram försöker han komma på något annat att underhålla sig själv med och börjar plocka lite med de lösa knapparna och sortera dem i olika högar. Är det möjligt att dela upp knapparna med siffrorna 1-9 i tre olika högar på ett sådant sätt att produkten av talen i varje hög är minst 72?

Sladdarna

8. När Rickard kommer hem från affären har han med sig 43 sladdbitar med längderna 1, 2, 3, ..., 43 cm, tre lampor och ett batteri. Han vill nu koppla ihop detta på ett snyggt sätt. Kan han sätta ihop allt detta så att lamporna och batteriet sitter i hörnen av en

(a) en rektangel?

(b) en kvadrat?

Lösenordet

9. För att komma ihåg lösenordet till sin dator har Martin följande minnesregel: Det består av alla tal från 1 till och med 15 ordnade på ett sådant sätt att summan av två på varandra följande tal alltid är ett kvadrattal (t.ex. kan talen 14 och 2 stå bredvid varandra eftersom $14 + 2 = 16$, medan 14 och 5 inte kan det eftersom $14 + 5 = 19$).

Ett *kvadrattal* får man genom att multiplicera ett heltal med sig självt. De första kvadrattalen är 1, 4, 9, 16, 25, ...

(a) Vad är Martins lösenord?

(b) Eftersom han är lite rädd för att Rickard ska ta sig in i hans dator och stjäla hans idéer bestämmer han sig för att göra lösenordet ännu säkrare. Han tänker att det bästa sättet är att göra det längre funderar på att använda sig samma regel men med tal upp till 16, 17 eller 18. Vilket bör han välja?

Martin byter till slut lösenord på sin dator, fast han inser att det nog egentligen inte behövs - Rickard kunde ju inte ens rädsla sin egen dator från Bettans skämt. Dessutom verkar det inte som att Rickard riktigt kan förlåta Bettan för vad hon gjorde, så de bestämmer sig för att hämnas på henne. Men denna hämnd måste planeras... Och de klarar det inte själva, så de kommer att ta hjälp av deltagarna på Mattekollo 2018!