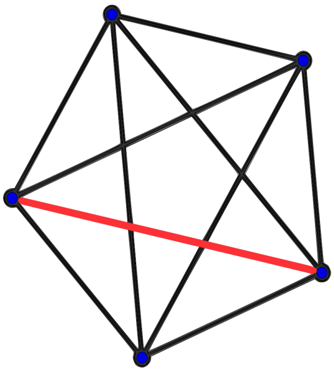
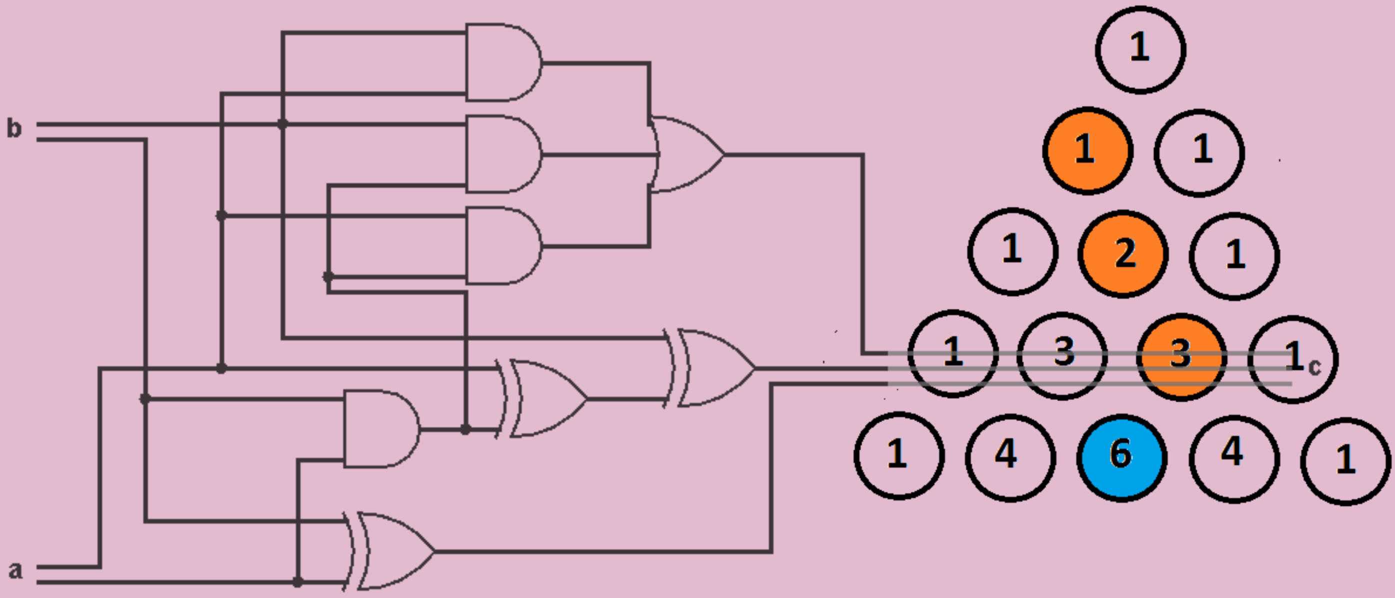
MATTEKOLLO 2019



Lektionsmaterial

åk 6-8



Lektionsmaterial Mattekollo 2019

åk 6-8

J.Carlsson, V. Chapovalova, E. Edvardsson, A. Fasth,

D. Lindström, F.Löfgren, L. Molokov, H.Sparr, P. Torby

Uppsala, juli 2020

Typografi och layout: V.Chapovalova

Innehåll

IV Appendix

Lektionsmaterial gröna gruppen

1. Kombinatorik I

23 juli

1. Valentina ska laga middag. Hon vet hur man lagar fyra olika förrätter, tre huvudrätter och två efterrätter. Hur många olika middagar med tre rätter (en för-, en huvud- och en efterrätt) kan Valentina laga?

2. Efter middagen bestämmer sig Valentina för att lära sig laga fler efterrätter. Hon bläddrar i en kokbok tills hon hittar en tårta som går att göra i flera olika varianter. Tårtan består av en sockerkaka som delas upp i två lager och sen ska mellanrummet fyllas med söt smet (hallon, banan, eller vanilj), och till sist ska tårtan bäddas in i ett yttre lager marsipan (grön eller rosa).

(a) Hur många olika varianter på tårtan finns det?

(b) Valentina tänker att hon skulle kunna strunta i marsipan och bara göra en gräddtårta. Hur många varianter på tårtan kan Valentina baka om hon byter ut marsipan mot vispad grädde?

(c) Hur många varianter på tårtan skulle det finnas om den skulle delas i tre lager istället för två?

(d) Om Valentina antigen delar tårtan i två lager eller tre lager och sen antingen har rosa eller grön marsipan utanpå, hur många varianter finns det då?

3. David känner bara till sju olika sorters djur, om någon påstår att det finns fler olika sorters djur än så blir David nervös och måste vila. Varje dag vill David att du visar honom två djurvideos från youtube. Hur många olika sorters djur kan du visa David på en dag om du

får visa honom samma sorts djur flera gånger.

inte får visa honom samma sorts djur flera gånger.
Det är förbjudet att göra David nervös.

4. Hur många 5-siffriga tal kan bildas med 1:or och 2:or?

5. En dag vill David se fyra olika sorters djur på youtube. På hur många sätt kan du välja fyra olika sorters djur att visa David? Kom ihåg att David bara accepterar att sju olika sorters djur existerar, fler än så kan han inte hantera.

6. Ledarna på Mattekollo spelar ”Drakar och demoner”, spelet som går ut på att slå två vanliga tärningar.

(a) Valentina behöver slå två 4:or för förtrolla en lortig kobold. Hur stor sannolik är det att hon lyckas?

(b) Jesper vill lugna en uppskrämd ugglebjörn med sitt magiska munspel, han misslyckas om hans slag visar en 1:a tillsammans med en 2:a. Hur stor sannolikhet är det att Jesper misslyckas?

(c) Fredrik vill leta efter magiska föremål i trollkarlens grovsoprum. Han lyckas om summan av hans två slag är 7. Vad är är sannolikheten att Fredrik lyckas?

(d) Leonid vinner drakar och demoner om summan av hans slag är udda. Vad är sannolikheten att Leonid vinner?

7. Du skall välja kläder att ha på dig under dagen och du har 2 garderober. I den vänstra garderoben finns det 3 par byxor och 4 t-shirts och i den högra finns det 8 par byxor och 10 t-shirts. På hur många sätt kan du välja en uppsättning byxa och t-shirt om du väljer från den vänstra garderoben eller den högra garderoben?

8. På en krabbranch föder man upp krabbor. Du är på krabbranchen för att hitta dom snabbaste, starkaste krabborna i Sverige.
Uppfödarna på ranchen visar dig fem ståtliga knipsare. På hur många olika sätt går det att välja vilka krabbor du värvar?
Ett sätt är välja är t ex att värva krabba nummer 1, 2, och 4 men inte krabba nummer 3 och inte nummer 5.

9. I Morsealfabetet får man använda symbolerna punkt och streck. Till exempel blir bokstaven "S" tre punkter i Morsealfabetet, medan bokstaven "O" blir tre streck. Hur många bokstäver (och andra tecken) kan man koda om varje bokstav ska kodas olika och bokstaven får som mest vara fem symboler lång?

Extrauppgifter

10. Du har fortfarande bara sju sorters djur att välja på. Den här gången vill David se två djur om dagen men aldrig samma djur två dagar i rad. På hur många sätt kan du välja djuren du ska visa honom under två dagar? (Du visar honom sammanlagt fyra djur).

11. Hur många 7-siffriga tal kan man bilda med siffrorna 1 och 2 om första siffran måste vara 1 och sista siffran måste vara 2?

12. Hur många 7-siffriga tal kan man bilda med siffrorna 1 och 2 om både 1 och 2 måste förekomma bland de två första siffrorna?

13. Hur många 7-siffriga tal kan man bilda med siffrorna 1 och 2 om både 1 och 2 måste förekomma bland de tre första siffrorna?

14. Detektiven Supont utreder en juvelstöld. För att ta sig in i valvet där juvelerna förvarades krävs en väldigt hemlig 4-siffrig kod.
Supont inser omedelbart att inbrottstjuven tog sig in i valvet genom att studera fingeravtrycken på knappsatsen och på sig och på så vis lista ut antalet siffror i den hemliga koden.
Hur många olika kodmöjligheter finns det om

(a) endast 1 siffra har fingeravtryck

(b) 4 siffror har fingeravtryck

(c) 2 siffror har fingeravtryck

(d) 3 siffror har fingeravtryck

(e) Om man gissar fel 3 gånger i rad så går ett larm.

För vilket alternativ a-d är det svårast att gissa rätt kod?

2. Logik I

23 juli

1. Vilka av följande meningar som är påståenden?

(a) Katter är djur.

(b) Katter är en sorts växt.

(c) Myrslokar och tapirer men kola och choklad.

(d) 0.

(e) 14 är mindre än 7.

(f) $8 \cdot 8 + 3$.

2. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska.

(a) Jorden är en planet.

(b) Månen är ett ägg.

(c) 541 är ett udda tal.

(d) $441/7 < 62$.

3. Avgör om påståendet är sant eller falskt.

(a) Det finns en blond kille i rummet och den personen är ledare på mattekollo.

(b) Vissa katter har morrhår eller hundar är en sorts katt.

(c) En kvart är en fjärdedels timme och månen är en del av skåne.

(d) $11 = 3$ och $11 \neq 3$.

(e) $11 = 3$ eller $11 \neq 3$.

4. Avgör om följande påståenden är varandras matematiska motsatser.

(a) Det regnar. — Solen skiner.

(b) Det finns bara sju sorters djur. — Det finns åtta eller fler sorters djur.

(c) $x = 0$ — $x < 0$.

(d) Inga katter bor i Eriksberg. — Det bor en katt i Eriksberg.

(e) David har drömt om katter fyra nätter i rad. — David drömde inte om katter minst en natt de senaste fyra nätterna.

5. Formulera matematiska motsatser till följande meningar

(a) Imorgon blir det fint väder.

(b) Alla katter talar sanning.

(c) $56/8 < 5$.

(d) Det finns inga katter som vet vad det innebär att vara kriminell.

6. Tre katter talar var och en olika språk, Jampanska, Mjaunesiska och Kurreanska. En av katterna säger att den svarta katten kan Mjaunesiska, den vita katten kan inte Mjaunesiska, den gula katten kan inte Kurreanska". Bara ett av påståendena som katten gör är sant, de andra två påståendena är falska. Vilket katt talar vilket språk?

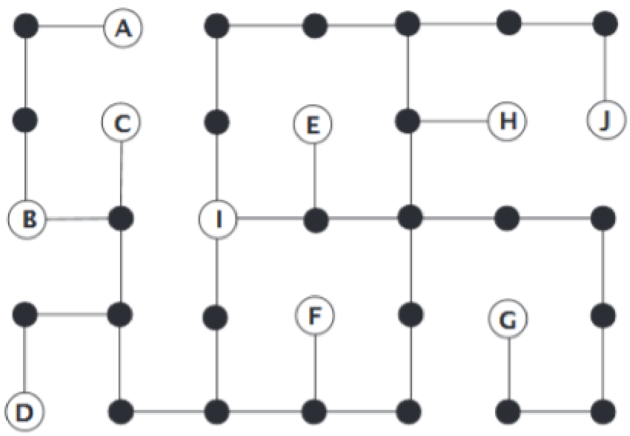
7. Det finns tre katter (inte samma som tidigare) som alltid ljuger. Varje katt har en påse som innehåller två möss. En påse innehåller två svarta möss, en påse innehåller två vita möss, och en påse innehåller en svart och en vit mus. En katt säger sig ha två vita möss, en två svarta och den sista påstår att den har en svart och en vit. Om du får veta färgen på en av mössen i precis en av påsarna hur ska du göra för att lista ut innehållet i var och en av katternas påsar?

8. Du har stämt träff med en en väldigt liten katt, en väldigt stor katt och en väldigt fluffig katt står. En av dessa katter är normalt kattlömsk och ljuger alltid och de andra två katterna är sällsynta katter som alltid talar sanning. När ni möts kommer katterna med olika påståenden:
Stora katten: Jag kom efter den lilla katten och den lilla katten ljuger alltid.
Lilla katten: Jag kom inte först.
Fluffiga katten: Jag kom direkt efter den stora katten, den stora katten talar alltid sanning.
beginproblemvilken ordning anlände katterna?

9. I Eriksberg bor katter med fyra, fem och sex fläckar. Katterna med fem fläckar ljuger alltid, medan alla andra katter talar alltid sanning. Fyra katter – en vit, en röd, en svart och en grå – möttes en gång. Den vita sade: ”Vi har 20 fläckar tillsammans”.Den röda sade: ”Vi har 19 fläckar tillsammans.” Den svarta sade: ”Vi har 18 fläckartillsammans.” Den gråa sade: ”Vi har 17 fläckar tillsammans.”Hur många fläckar har den röda katten?

Extrauppgifter

10. Kartan (se bild) visar hur 10 orter i Sverige är placerade i förhållande till varandra, men avstånden är inte de geografiskt riktiga. Det är alltid det kortaste avståndet mellan två orter som gäller. En bokstavskod används istället för namnet på orten. I tabellen kan du se hur långt det är mellan orterna. Avståndet mellan två punkter är 1. Lista ut med hjälp av ledtrådarna vilka orter A-J står för.



Norrbäck – Tåsjö	17
Hedared – Norrbäck	5
Broby – Hedared	10
Tåsjö – Morgongåva	14
Gällstad – Broby	4
Norrbäck – Kilsmo	3
Hälla – Broby	4
Gåvsta – Hälla	6
Björkfors – Norrbäck	16

11. Vad ska stå under den sista raden?

1
1 1
2 1
1 2 1 1
1 1 1 2 2 1
3 1 2 2 1 1

3. Logik II

24 juli

1. Vi har påståendena A: ”Erik gillar äpplen”, B: ”Anders gillar allsång”. Använd följande notation för att binda ihop påstående A och B: $\wedge$,$\vee$, $\neg$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$.

(a) Anders gillar allsång eller Erik gillar äpplen.

(b) Erik gillar äpplen och Erik gillar inte äpplen.

(c) Om Erik inte gillar äpplen så gillar Anders allsång.

(d) Anders gillar inte allsång om och endast om Erik gillar äpplen.

(e) Anders gillar allsång eller så gillar Anders inte allsång

2. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska:

(a) $\neg$”Årets mattekollotröja är gul”

(b) ”Vi är i Uppsala” $\wedge$ $\neg$ ”Malmö ligger norr om Göteborg”

(c) $\neg$(”Det finns inga katter i Uppsala” $\vee$ ”år 2019 har 366 dagar”)

3. A och B är olika påståenden och vi vet att följande är sant: $\neg A \Rightarrow B$.

(a) Antag att A är sann. Kan vi säga något om B?

(b) Antag att B är sann. Kan vi säga något om A?

(c) Antag att A är falsk. Kan vi säga något om B?

4. Avgör om följande påståenden med implikationer är sanna eller falska:

(a) Linus har inget jobb $\Rightarrow$ Linus är inte brevbärare

(b) $a = 5, b = 6 \Rightarrow a + b = 11$.

(c) $a + b = 11 \Rightarrow a = 5, b = 6$.

(d) 3 delar n $\Rightarrow$ siffersumman för n är delbar med 3.

(e) siffersumman för n är delbar med 3 $\Leftrightarrow$ 3 delar n.

5. Det finns 3 misstänkta personer: Elisabet, David och Pontus som berättar var sin version av en händelse. Om Elisabet talar sanning så gör David också det. Om Pontus ljuger så gör Elisabet också det. Utredningen har kommit fram till att en av personerna ljuger.

(a) Sätt p: ”Elisabet talar sanning”, q: ”David talar sanning” och r:”Pontus talar sanning”. Förklara varför det ovan skrivna kan beskrivas som att följande är sant:

$$(p \Rightarrow q) \wedge (\neg r \Rightarrow \neg p) \wedge \neg(p \wedge q \wedge r).$$

(b) Använd en sanningsvärdestabell för p, q, r och undersök om man med säkerhet kan säga att det är någon som ljuger eller talar sanning.

6. Amadeus säger att $(A \wedge B)$ är falskt och Alvar säger att $\neg A \vee \neg B$ är sant. Minst 1 av dem talar sanning.

(a) Använd en sanningsvärdestabell för att bestämma om någon ljuger.

(b) Antag A: ”$x > 1$”, B:”$x < 5$” och använd Alvars påstående för att beskriva vad x kan anta för värden (utan att använda $\neg$-tecknet).

7. Antag $(A \Rightarrow B \vee \neg C) \wedge (C \vee B \Rightarrow A)$. Vad gäller för B? Använd en sanningsvärdestabell.

Extrauppgifter

8. Angelica har bakat en ljuvlig kladdkaka och ställt i matsalen. Efter att städpatrullen har varit och städat märker hon dock att den har blivit är uppäten. Städpatrullen bestod av Vidar, Theodor och Leo. När Angelica frågar ut dem inser hon att 2 av dem ljuger och 1 talar sanning.
Vidar: Theodor åt kladdkakan.
Theodor: Vidar ljuger.
Leo: Jag åt inte kladdkakan.
Vem var det egentligen som åt kladdkakan?

9. Angelica gör ett nytt försök dagen därpå och bakar en äppelkaka. Efter att lunchen är avslutad märker Angelica till sin förtvivlan att en bit av hennes äppelkaka också saknas. Hon frågar ut fyra misstänkta kolloledare som sitter i matsalen och ser oskyldiga ut. Eftersom det är mattekolloledare är det en självklarhet att 1 talar sanning och restrerande 3 ljuger.
Valentina: Henrik åt av kakan.
Leonid: Jag åt inte av kakan.
Henrik: Jesper åt av kakan.
Jesper: Henrik ljuger.
Vem åt av äppelkakan?

10. En av Jupiters månar är bebodd av smusslare och smasslare. Smusslarna som bor på månen kring Jupiter talar alltid sanning och smasslarna som bor där ljuger alltid. På en av Mars månar bor det också smusslare och smasslare. Här är det tvärt om att smusslarna alltid ljuger medan smasslarna alltid talar sanning.

(a) På en årlig samling för smusslare och smasslare från Jupiters och Mars månar hör man en månbo som säger ”Jag är smusslare och från Mars måne”. Var det en smasslare eller smusslare som sa detta? Var månbon från Jupiters eller Mars måne?

(b) Ludvig och Mauritz bor båda på Jupiters måne. På frågan ”stämmer det att Mauritz är smusslare och du smasslare”, svarar Ludvig något som vi inte uppfattar. Mauritz som uppfattade vad Ludvig sa förklarar att ”Han sa ja!”. Avgör för var och en om de är smusslare eller smasslare.

(c) På Jupiters måne finns det en president som antingen är en smusslare eller smasslare. Månborna Sebastian, Vilhelm och Dennis kommer med följande påståenden. Sebastian: ”Vilhelm är president”. Vilhelm: ”Minst två av oss tre är smasslare”. Dennis: ”Jag är inte president”. Är presidenten smusslare eller smasslare?

(d) Vi träffar även på de två månborna Gabriel och Marcus som båda är från Jupiters måne. Först frågar vi Gabriel om Marcus är smusslare varpå han svarar ”nej”. Sedan påstår Gabriel att om vi skulle fråga Marcus om Gabriel är smusslare så skulle han svara ”ja”. Avgör om Gabriel är smusslare eller smasslare och gör detsamma för Marcus.

4. Talteori I

24 juli

1. Bestäm resten när följande tal delas med 3:

(a) 7

(b) 10

(c) 18

(d) 62

(e) 133

2. Bestäm resten när följande tal delas med 5:

(a) 12

(b) 21

(c) 3

(d) 76

(e) -32

3. I skolan lär man sig att om a och b är positiva heltal, så kan man skriva $a = bq + r$, där q och r heltal och $0 \leq r \leq b$ (q är *kvoten* och r är *resten* när a delas med b). Bestäm kvoten och resten om

(a) $a = 54, b = 5$.

(b) $a = 98, b = 7$.

(c) $a = 999, b = 499$.

4. Vad är den största resten du kan få vid division med 10000?

5. Man har dividerat ett udda tal med 5 och fått resten 4. Bestäm talets slutsiffra.

6. Man delar 89 med något tal och får rest 4. Om man delar 36 med samma tal får man resten 1. Vilket tal har man delat med?

7. Om man delar ett tal X med ett tal a får man rest 21. Om man delar 2000 med samma tal a får man rest 2. Man får samma kvot bägge gånger. Vad är x för tal?

8. (a) Är talen 26 och 34 delbara med 3 eller 5?

(b) Är summan av dem delbar med 3 eller 5?

(c) Kan du svara på b) utan att utföra divisionen?

9. (a) Bestäm resterna när 20, 50 200 delas med 3:

(b) Från en viss bankomat kan man ta ut antingen 20, 50 eller 200 kronor åt gången. David tog ut pengar 40 gånger från automaten och påstod att han hade tagit ut 3240kr. Visa att han har räknat fel.

Extrauppgifter

10. Låt oss börja räkna på fingrarna på vänsterhanden: tummen blir 1, pekfingret blir 2, långfingret 3, ringfingret 4, lillfingret 5, ringfingret 6, långfingret 7, pekfingret 8, tummen 9, pekfingret 10, långfingret 11 osv. Vilket finger kommer att vara nummer 2019?

11. Bestäm den sista siffran i talet $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cdots + 99 \cdot 100$.

12. Vilken veckodag kommer den 5:e augusti 2037 vara?

13. (a) Vad får du för rest om du delar $1 + 2 + 3 + \cdots + 1000$ med 3?

(b) Vad får du för rest om du delar $1 + 2 + 3 + \cdots + 1001$ med 3?

(c) Talen i a) och b) är exempel på triangeltal som är tal på formen $T_1 = 1, T_2 = 1 + 2, T_3 = 1 + 2 + 3, \ldots$. Det n:te triangeltalet ges av (härled gärna!)

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Visa att du aldrig kan få rest 2 när du delar ett triangeltal med 3.

5. Talteori II

25 juli

1. Nu är det onsdag vecka 30. Vilken vecka är det om 36 dagar? Om 49 dagar? Om 132 dagar?

2. Ett larmsystem piper en gång var tjugonde sekund för att visa att det fungerar. Det piper till en gång exakt kl 14.15.35.

(a) Hur många gånger har det pipit kl 14.18.57?

(b) Hur många sekunder sedan pep det sist?

(c) Vad blir svaret ifall larmet piper var nionde sekund istället?

3. En dag i mars konstaterar Pelle att han fyller 18 år om 141 månader. Hur gammal är Pelle nu och vilken månad fyller han år i? Hur många år kommer han att vara om 842 månader?

4. Kom ihåg att man kan visa att för varje heltal a och b finns det heltal k och r sådana att $0 \leq r < b$ och $a = k \cdot b + r$. Talet k kallas för *kvot* och talet r för *rest*. Bestäm kvoten och resten då

(a) a = 36 och b = 7

(b) a = 182 och b = 20

(c) a = 141 och b = 12

5. Låt $k > 1$. Vi säger att två tal m och n är *kongruenta modulo* k om m och n ger samma restterm vid division med k. Det betecknar vi som $m \equiv n(\mod k)$. Visa att

(a) $4 \equiv 1 \pmod 3$

(b) $17 \equiv 5 \pmod 3$

(c) $36 \equiv 1 \pmod 7$

(d) $182 \equiv 2 \pmod 9$

6. I föregående uppgift har du visat att $4 \equiv 1 \pmod 3$ och att $17 \equiv 5 \pmod 3$.

(a) Visa att $(17+4) \equiv (5+1) \pmod 3$.

(b) Vilka värden kan x och y anta i följande ekvationer?

$$21 \equiv x \pmod 3$$
$$6 \equiv y \pmod 3$$

(c) *Extrauppgift:* Visa att om $m \equiv n \pmod k$ och $a \equiv b \pmod k$, så är $(m+a) \equiv (n+b) \pmod k$

Man kan även visa att $m \cdot a \equiv n \cdot b \pmod k$

7. Man måste inte bara använda positiva tal. Visa att $7 \equiv -1 \pmod 4$

Extrauppgifter

8. Du har tillgång till obegränsat med tvåkronor, tjugor och femtiolappar samt en galen robot som gillar att retas med dig. En dag bestämmer sig roboten för att lägga beslag på alla dina pengar och ge dig ett antal tvåkronor, tjugolappar och femtiolappar efter vad han själv känner för.

(a) Först ger han dig 17 stycken mynt och sedlar. Vilken rest kan totala värdet av pengarna du fått ge vid division med 6?

(b) Du är inte nöjd, för du behöver 1000 kronor. Roboten går med på att ge dig mer pengar, närmare bestämt 100 stycken mynt och sedlar. Kan du få ihop exakt 1000 kr på det här sättet?

9. Sabotörerna Marcus och Johan rev sönder en affisch de inte tyckte om. Marcus rev alltid sönder en bit i fyra, medan Johan alltid rev en bit i sju nya. När säkerhetsvakten ankom till brottsplatsen och började sätta ihop affischen igen, så hittade han 2019 bitar. Kommer han lyckas att sätta ihop hela affischen?

10. Är talet $2^{18} - 1$ delbart med 7?

11. Bestäm det minsta positiva heltal k sådant att talet $2^{69} + k$ är delbart med 127.

12. Om a är ett udda tal, visa att $a^2 \equiv 1 \pmod 8$

13. Visa att inga tal på formen $8k+7$ kan skrivas som en summa av tre kvadrattal.
Ett kvadrattal är ett tal som är kvadraten av ett heltal.

14. Hur många heltal $n < 10000$ finns det sådana att $2^n - n^2$ är delbart med 7?

6. Kombinatorik II

25 juli

1. En spelkväll på mattekollo vill Valentina och Leonid spela Codenames. Till sitt lag rekryterar Valentina: Ludvig, Erik, Gabriel och Dennis. Leonid får med sig Teodor, Anders, Linus och Marcus. Varje lag utser en mästerspion, dessa sitter tillsammans vid bordets kortsida. Lagen ska sitta på varsin sida av bordet, närmast sin mästerspion. Hur många olika bordsplaceringar finns det?

2. Hur många ord kan du bilda genom att kasta om bokstäverna i följande ord?

(a) ORD

(b) ORDNAT

(c) OORDNAT

(d) SORTERAR

3. En glasskiosk gör reklam: "Här finns över 500 olika sorters glass!"
När du kommer in i glasskiosken visar det sig att det är kulglass som säljs och att det finns åtta olika smaker. Alla glassar innehåller tre kulor. Givet att man kan välja samma smak på mer än en kula, har reklamen rätt?

4. David och Pontus blev osams om svaret på föregående problem och ber Angelica att titta på deras lösningar för att avgöra vem av dom som egentligen har rätt. Enligt Davids beräkningar är det färre än 500 smaker, enligt Pontus är det fler än 500. Angelica konstaterar (korrekt) att ingen av dom har räknat fel. Varför har tror du att dom kommit till olika slutsatser?

5. En kväll ska det spelas maffia på mattekollo. Det är 15 deltagare. Bland dem finns tre maffia, en lönnmördare, en läkare, en detektiv och resten vanliga bybor. På hur många sätt kan rollerna fördelas?

6. I en mattetävling på Mattekollo så ska en grupp med tolv elever välja ut fyra personer som ska representera gruppen framme vid tavlan.

(a) På hur många sätt kan det ske?

(b) Antag nu att två personer i gruppen är kära vänner och därför kräver att om en av dem skall gå fram till tavlan så ska båda göra det. Hur många sätt kan de nu välja ut sina representanter?

(c) På hur många sätt kan de dela in varandra i 3 lag? (Ett lag blir alltså fyra.)

7. Man har sex olika färger och ska använda dem för att måla en kubs sidytor med varsin av de sex färgerna. På hur många olika sätt kan det ske om två sätt anses vara samma om man kan överföra det ena sättet i det andra genom att vrida kuben?

8. Hur många ord kan du bilda av bokstäverna i ordet MATTEKOLLO?

9. På hur många sätt kan man kasta om bokstäverna i ordet STRUMPA så att både vokalerna och konsonanterna kommer i bokstavsordning? Exempel på giltiga omkastningar APRSTU, APRSUT, APURST.

Extrauppgifter

10. På Mattekollo finns det många som gillar kakor. En kväll efter kvällsfikat fick fyra elever 12 kakor av Valentina att dela på. På hur många sätt kan de dela på tolv likadana kakor? (Det är fullt möjligt att inte få någon.)

(a) överhuvudtaget?

(b) om inget av kakmonstren skall få mer än fem kakor?

11. På Mattekollo finns det en grupp på 6 tjejer och 7 killar som utmanar lärarna på spökboll. Tyvärr är det bara fem lärare som är lediga, så för att vara rättvisa bestämmer sig eleverna för att också spela fem på planen. Bestäm sannolikheten att tjejerna är i majoritet.

12. På hur många sätt kan 12 personer dela upp sig i par?

13. I en hylla står 12 böcker på rad. På hur många sätt kan man välja 5 av dem så att inga två står intill varandra?

14. Det finns sex trådar. Varje trådände paras ihop med en annan trådände sen knyts dessa ändar samman. Vad är sannolikheten att de bildar exakt en ring?

7. Mattedrabbning

26 juli

1. I den glada trollfamiljen finns mamma, pappa och ett barn. De heter Puff, Tuff och Skruff (i någon ordning). Vid middagsbordet yttrade två av trollen två påståenden var. Skruff sade: ”Puff och Tuff är av olika kön. Puff och Tuff är mina föräldrar.” Puff sade: ”Jag är Skruffs pappa. Jag är Tuffs dotter.” Bestäm vad barnet i familjen heter, vem som är barnets mamma och vem som är barnets pappa om man vet att varje troll som sade något vid middagsbordet sade sanning en gång och skojade en gång.

2. Alla heltal från 1 till 1000 skrev man på rad i följande ordning. Först skrev man alla tal som har siffersumma 1 i stigande ordning, sedan talen som har siffer-

summa 2 i stigande ordning, sedan siffersumma 3 på samma sätt, osv. Vilket tal står på plats 996?

3. Två elever, en från åk 7 och en från åk 8 sitter och pysslar. 7:an klippte upp en papperskvadrat i rektanglar som alla hade omkretsen 7 cm. 8:an klippte upp en likadan papperskvadrat i rektanglar som alla har omkretsen 8 cm. Kan det ha blivit så att eleven från åk 8 fick fler delar än eleven från åk 7?

4. Till sin födelsedagsfest vill Anders köpa in 16 ballonger. På affären hittar han bara ballonger av tre färger: gula, röda och gröna. Hur många olika köp kan han göra om det är ett måste att varje färg utgör minst en fjärdedel av alla ballongerna?

5. På datorn står talet 2019 från början. Varje sekund ökar talet med 17. Om hur många sekunder blir talet på skärmen för första gången delbart med 100?

6. Fem pojkar spelar maffia. Två av dem är maffior, två är bybor och en är scheriff. Maffiorna känner till varandra. Scheriffen känner till vilka roller alla har. Byborna kan bara sin egen roll. Maffiorna ljuger alltid, medan scheriffen och byborna säger alltid sanning. Pojkarna yttrade följande påståenden. Marcus: ”Jag vet inte vem Gabriel är.” Gabriel: ”Jag vet vem som är scheriffen.” Erik sade: ”Jag vet vem Marcus är.” Linus: ”Jag vet att Erik är scheriffen.” Vilken roll har Dennis?

8. Binära tal introduktion

28 juli

1. Konvertera följande binära tal (bas 2) till decimaltal

(a) 1001_2

(b) 1111_2

(c) $0100\,1001_2$

(d) $0111\,1111_2$

(e) $1000\,0000\,0000_2$

2. Konvertera följande decimaltal (bas 10) till binära tal

(a) 7_{10}

(b) 16_{10}

(c) 25_{10}

(d) 100_{10}

(e) 255_{10}

(f) 2019_{10}

3. Vilka av följande binära tal är delbara med 2 resp. 4? Ser du något mönster?

(a) $0001\ 0111_2$

(b) $0001\ 1000_2$

(c) $0000\ 1010_2$

(d) $0010\ 0001_2$

(e) $0011\ 1101_2$

(f) $0100\ 0000_2$

4. Inom datorvärlden används det binära talsystemet där varje position (som kan anta 0 eller 1) kallas för bit. Åtta bitar grupperas till en byte. För att t.ex skriva talet 1001 0110 utnyttjas 8 positioner (bitar) och dom bildar tillsammans en byte. Inom programmering kan en byte användas som datatyp för att hålla variabler. Om du antar att en byte endast kan hålla positiva heltal;

(a) Vad är det maximala värdet en byte kan anta?

(b) Hur många bytes behöver du för att skriva talet 51347?

(c) Vad är det maximala värdet två bytes kan anta?

(d) Om du skulle behöva skriva negativa tal, hur tror du att det görs?

5. Stora binära tal tar stor plats att skriva ut. Ett tal i binär form kräver ungefär 3.3 så många siffror som talet skrivet i decimal form. För slippa skriva så mycket brukar man, i datorsammanhang, använda två andra talsystem, det oktala med basen åtta och det hexadecimala med basen sexton. Konvertera följande tal till det hexadecimala talsystemet (bas 16) där A=10, B=11,C=12, D=13, E=14, F=15, ex 10112 = 1110 = B_{16}. Försök hitta ett mönster för att snabbt konvertera från binärt till hexadecimalt. Använd gärna egna exempel om det behövs.

(a) 0011_2

(b) 1101_2

(c) $1001\ 1101_2$

(d) $1100\ 1101\ 0101_2$

FFFFFF	000000	333333	666666	999999	CCCCCC	CCCC99	9999CC	666699
660000	663300	996633	003300	003333	003399	000066	330066	660066
990000	993300	CC9900	006600	336666	0033FF	000099	660099	990066
CC0000	CC3300	FFCC00	009900	006666	0066FF	0000CC	663399	CC0099
FF0000	FF3300	FFFF00	00CC00	009999	0099FF	0000FF	9900CC	FF0099
CC3333	FF6600	FFFF33	00FF00	00CCCC	00CCFF	3366FF	9933FF	FF00FF
FF6666	FF6633	FFFF66	66FF66	66CCCC	00FFFF	3399FF	9966FF	FF66FF
FF9999	FF9966	FFFF99	99FF99	66FFCC	99FFFF	66CCFF	9999FF	FF99FF
FFCCCC	FFCC99	FFFFCC	CCFFCC	99FFCC	CCFFFF	99CCFF	CCCCFF	FFCCFF

Extrauppgifter

6. Färger som används inom datorgrafik (HTML eller Webbfärger) anges ofta som en blandning av Röd, Grön och Blå (förkortas RGB). Inom RGB representeras färgen av ett sexsiffrigt hexadecimalt tal som läses i par om två. Dessa 3 talpar som paras ihop med grundfärgerna rött, blått och grönt och styr hur RGB-färgen kommer att se ut på datorskärmen. Exempel på RGB-färger ses i tabellen.

(a) Vilken av färgerna har lägst/högst värde i tabellen ovan?

(b) Vilka två färger måste blandas för att få gul? Vilken färg får du om du blandar alla färger?

(c) En typ av blå har t.ex. det hexadecimala RGB värdet 3366FF, vilket tal motsvarar färgen det i det decimala talsystemet? Hur många procent av maxvärdet har respektive grundfärg i RGB-representationen?

(d) Hur många kombinationer av färger kan du få genom representationen RGB? Är det tillräckligt?

(e) Vilken färg motsvarar den decimala representationen R=102, G=204, B=255 i tabellen?

(f) Hur skulle den röda färgen FFCC99 skrivas binärt?

(g) Hur skrivs den blå färgen 3399FF i det oktala decimalsystemet?

7. Under en årlig träff för Vintergatans matematiker så beslöt sig medlemsplaneterna för att lösa en gemensam uppgift. Eftersom alla kom från alla vintergatans hörn med olika talsystem så beslöt de sig för att det var rättvist och ta lite från vardera talsystem. Tyvärr så glömde de att ta med jordens decimala talsystem. Kan du hjälpa dem att förenkla uppgiften och räkna ut svaret i vårt decimala talsystem?

$$11_2 + 12_3 + 23_4 + 34_5 + 45_6 + 56_7$$

8. Någon på Vintergatans årliga matematik-träff råkade få nys om att jorden översatt svaret till jordens decimala talsystem och tyckte det var orättvist. För att inte skapa några konflikter i Vintergatan så beslöt sig jorden för att översätta svaret till deras respektive talsystem (bas 2, 3, 4, 5, 6 och 7). Vad blir svaret i de olika talsystemen?

9. Talteori III

28 juli

1. I följande deluppgifter ska du ta reda på om talet är jämnt delbart med den angivna delaren utan att räkna ut vad divisionen blir. (Använd dig utav delbarhetsprinciperna)

(a) Är talet 928 635 732 delbart med 12?

(b) Är talet 853 637 490 delbart med 18?

(c) Är talet 646 817 435 delbart med 15?

(d) Är talet 270 661 428 delbart med 36?

(e) Är talet 618 356 370 delbart med 20?

2. Pontus skrev ett niosiffrigt tal på ett papper. David var nyfiken och försökte kika på talet, men råkade spilla julmust på talets mittersta siffra. Efter spillet såg talet ut såhär: $675\,3*5\,143$, där * är siffran David spillde på.

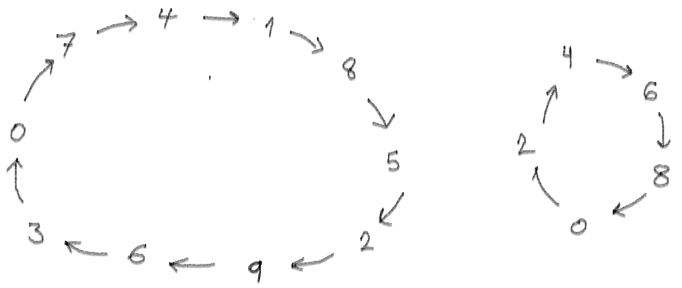
(a) Pontus berättar att talet var delbart med 3. Vilken siffra kunde ha stått på stjärnans plats? Ange alla möjliga svar.

(b) Pontus berättar nu att talet var delbart med 9. Kan David använda denna information för att förfina sitt svar så att det blir mer precist? Varför? Varför inte?

3. Theodor har ett kodlås som han har glömt koden till. Han kommer ihåg att koden var ett sjusiffrigt tal av endast tvåor och treor. Han kommer också ihåg att det var fler tvåor än treor i talet, och att kodtalet är delbart med både tre och fyra. Kan Theodor lista vad koden var? Vad var den i så fall?

4. Ett niosiffrigt tal med en ensiffrig siffersumma är givet. Talet är delbart med tre men inte två. Vidare är talet delbart med 5, men inte 9. Vilket är talet?

5. Vi har sett att om vi adderar ett tal till sig själv upprepade gånger, så följer entalsiffran ett mönster. Inte bara det, mönstret upprepar sig. Bilden visar de



mönster som entalsiffran följer i 7:ans och 2:ans tabell. Om ett tal istället multipliceras med sig själv upprepade gånger kan vi också hitta ett ändligt mönster som entalsiffran följer.

(a) Hitta mönstret som entalsiffran följer när 3, 4 och 7 multipliceras med sig själva.

Använd de mönster du hittar för att hitta den sista siffran i:

(b) 3^{100}

(c) 4^{628}

(d) 7^{65}

Extrauppgifter

6. Ett kvadrattal är ett tal som är kvadraten av något heltal. 25 är ett kvadrattal, 2 är inte ett kvadrattal.

(a) Visa att sista siffran i ett kvadrattal är 0, 1, 4, 5, 6 eller 9.

(b) Vad är sista siffran i kvadrat av 2019?

(c) Visa att kvadrattal har rest 0 eller 1 vid division med 4.

(d) Visa att ett kvadrattal har rest 0 eller 1 vid division med 3.

7. Bestäm den sista siffran i talet $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 89^2 + 99^2$.

8. Är $4^{2019} - 1$ delbart med 5?

9. Det finns fyra kort med siffrorna 2, 0, 1 och 6 på. Vilket tal från och med 1 till 9 man än väljer så kan man bygga ett fyrsiffrigt tal med hjälp av korten som är delbart med det. Vilket år i framtiden kommer detta fungera nästa gång?

10. Hitta delbarhetsprincipen för 8.

11. Varje bokstav i orden MA och ROBOT motsvarar en siffra. Olika bokstäver motsvarar olika siffror, lika motsvarar lika. Man vet att $M \cdot A = R \cdot O \cdot B \cdot O \cdot T$ och $M + A = R + O + B + O + T$.
Bestäm $M \cdot A + R \cdot O \cdot B \cdot O \cdot T$

12. Kan tal som består av 2019 ettor och ett antal nollor vara ett kvadrattal?

10. Talteori IV

29 juli

1. (a) Vad får du för rest om du delar talet $1+2+3+\cdots+999+1000$ med tre?

(b) Vad får du för rest om du delar talet $1+2+3+\cdots+1000+1001$ med tre?

(c) Talen i a) och b) är exempel på *triangeltal*. Det n:te triangeltalet ges av (härled gärna!)

$$T_n = 1+2+3+\cdots+n = \tfrac{n(n+1)}{2}$$

Visa att du aldrig kan få rest två när du delar ett triangeltal med tre.

En välkänd talföljd är *Fibonacciföljden* där varje nytt tal fås genom att addera de föregående två. De första talen i den är

$$1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 8 \quad 13 \quad 21 \quad 34 \quad 55 \quad 89 \quad 144$$

Om vi betecknar det n:te Fibonaccitalet med F_n kan vi skriva detta som $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$, där $F_1 = F_2 = 1$

2. Skriv ned de första elementen i Fibonacciföljden modulo 2 och modulo 3.

(a) Vilka Fibonaccital är jämna?

(b) Vilka Fibonaccital är delbara med tre?

(c) Vilka Fibonaccital är delbara med sex?

(d) Hur ändras dina svar om vi skulle börja följden med $F_1 = F_2 = 2$ istället för $F_1 = F_2 = 1$?

3. Visa att vart femte Fibonaccital är delbart med 5.

4. Talen 1 till 1000 skrivs i tur och ordning runt en cirkel. Med start vid 1 stryks vart femtonde tal. När man har gått runt ett varv fortsätter man och räknar även med de strukna talen. Hur många tal förblir ostrukna?

5. Elisabet och Valentina har ett hemligt papper där alla lösningarna till matematikproblemen på Mattekollo står. För att säkerställa att det inte kommer i orätta händer bestämmer de sig för att riva sönder det. Elisabet river alltid sönder en bit i fyra, medan Valentina alltid river en bit i sju nya. Någon dag senare hittar Gula gruppen pappersbitarna i en papperskorg. Totalt hittar de 2018 bitar. Kommer de kunna pussla ihop hela papperet med lösningarna?

Extrauppgifter

6. Vi delar upp alla positiva heltal i bra och dåliga. Man vet att om talet m är bra så är talet m + 6 också bra, och om talet n är dåligt så är talet n + 15 också dåligt. Kan det vara så att det finns exakt 1000 bra tal bland de 2000 första positiva heltalen?

7. Siffersumman av ett tal får du om du tar alla siffrorna i talet och lägger ihop dem. Du kan fortsätta att beräkna siffersumman av siffersumman tills du har ett ensiffrigt tal. Siffersumman av de första talen i Fibonacciföljden är 1 1 2 3 5 8 4 3 7 1 8 9

(a) Jämför detta med de första talen i Fibonacciföljden modulo 9. Ser du något mönster?

(b) Visa att det inte bara gäller för Fibonaccital.

(c) För varje tal från 1 till en miljard beräknas siffersumman och siffersumman av siffersumman tills man bara har en miljard ensiffriga tal kvar. Kommer det att finnas flest ettor eller tvåor i denna mängd av tal?

8. Du har 100 heltal varav inget är delbart med 100. Visa att det alltid är möjligt att finna två eller flera tal bland dessa vars summa är delbar med 100.

9. (a) Visa att talföljden du får om du tar Fibonacciföljden modulo n, där n är ett godtyckligt positivt heltal, alltid är periodisk.

(b) Visa att för varje positivt heltal m finns det något Fibonaccital F_n som är delbart med m.

11. Binära tal II

29 juli

1. Beräkna resultatet **utan** att omvandla talen till decimala talsystemet:

(a) $1\,0000_2 + 10_2$

(b) $1\,0101_2 + 1010_2$

(c) $10\,0001_2 + 1\,0001_2$

(d) $1\,1111_2 + 1_2$

(e) $1\,0011_2 + 1\,1101_2$

(f) $1101_2 - 1011_2$

2. Hur förändras ett binärt tal till utseendet om man

(a) fördubblar talet?

(b) halverar talet?

3. Beräkna resultatet **utan** att omvandla talen till decimala talsystemet:

(a) $10000_2 \cdot 100_2$

(b) $101011_2 \cdot 1010_2$

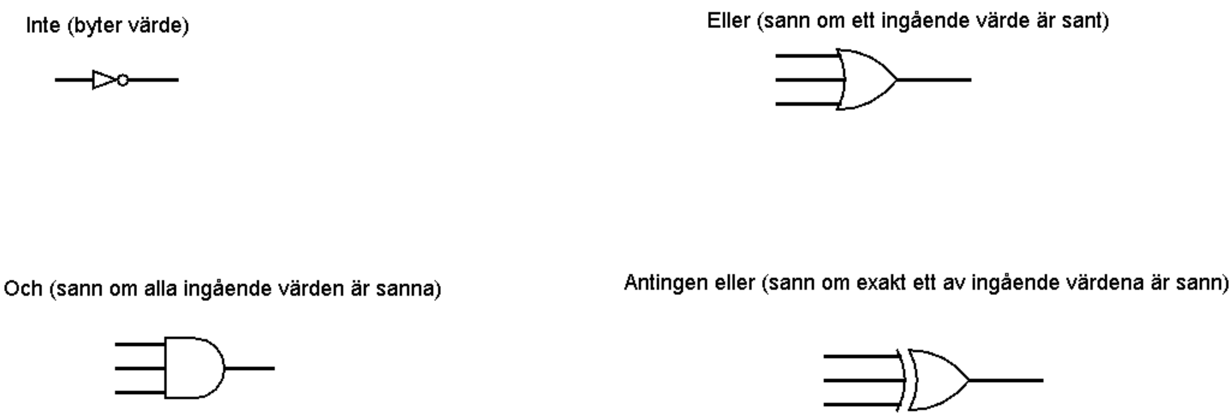
(c) $11111_2 \cdot 1_2$

4. Om falskt är 0 och sant är 1 (och alla andra tal som är större än 1), så kan vi räkna med sant och falskt som med binära tal:

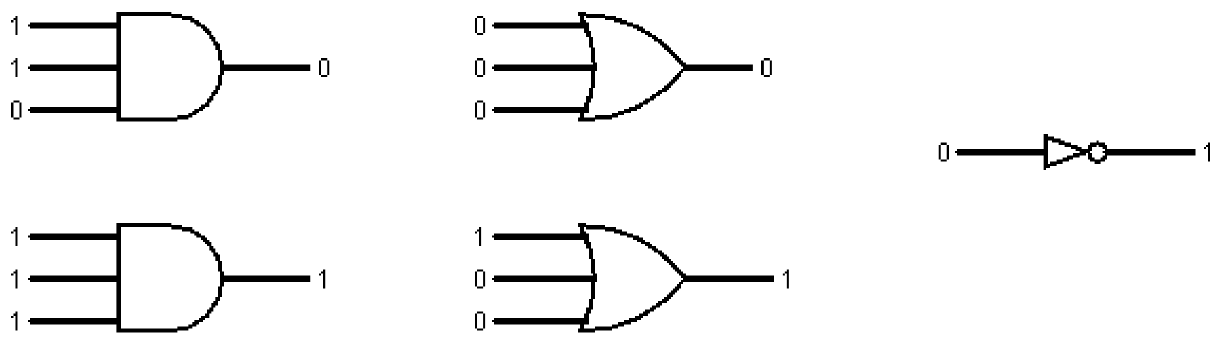
$$\begin{aligned} 0+0&=0 \\ 0+1&=1 \\ 1+0&=1 \\ 1+1\ (=10)&=1 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} 0\cdot 0&=0 \\ 0\cdot 1&=0 \\ 1\cdot 0&=0 \\ 1\cdot 1&=1 \end{aligned}$$

Vilken av + och · är matematiskt "och" och vilket är matematiskt "eller"?

Nedanstående figur visar hur man kan beskriva logiska operationer med hjälp av elektriska kretsar:



Exempel på hur kretsarna kan fungera:



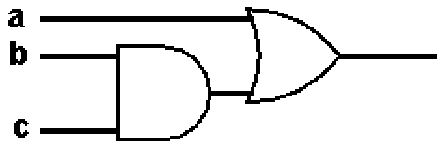
5. Beräkna vad kretsen (på nästa sida) genererar om

(a) $a = 1, b = 0$ och $c = 1$

(b) $a = 1, b = 1$ och $c = 0$

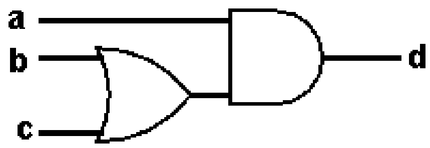
(c) $a = 0, b = 1$ och $c = 1$

(d) $a = 0, b = 0$ och $c = 1$



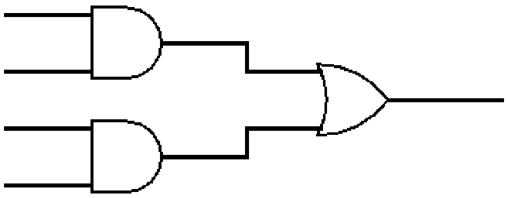
Kresten från problem 5

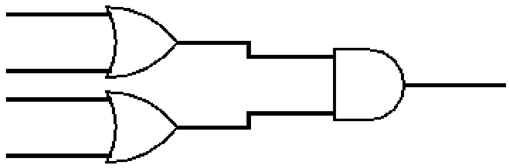
6. Gör en sannningstabell för nedanstående krets:



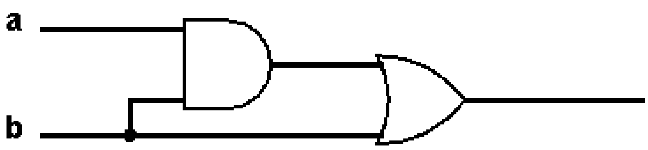
Kresten från problem 6

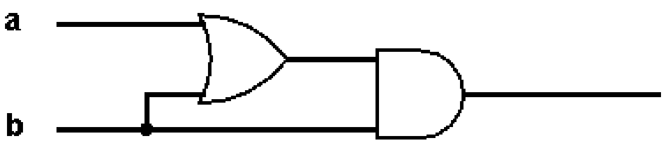
7. Förklara hur man ska generera värdet 1 i nedanstående kretsar:



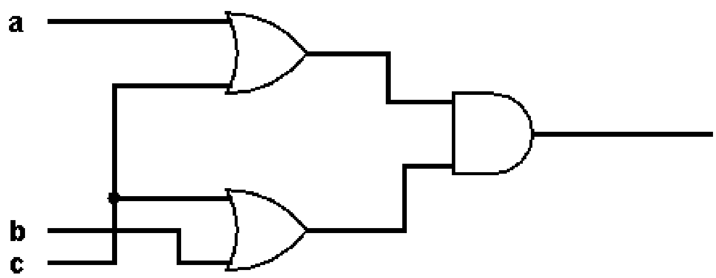


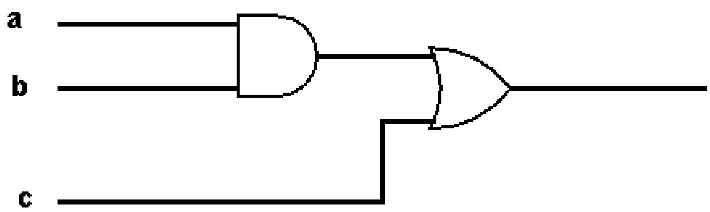
8. Undersök vad de nedanstående kretsarna genererar:





9. Visa att de nedanstående kretsarna fungerar likadant:

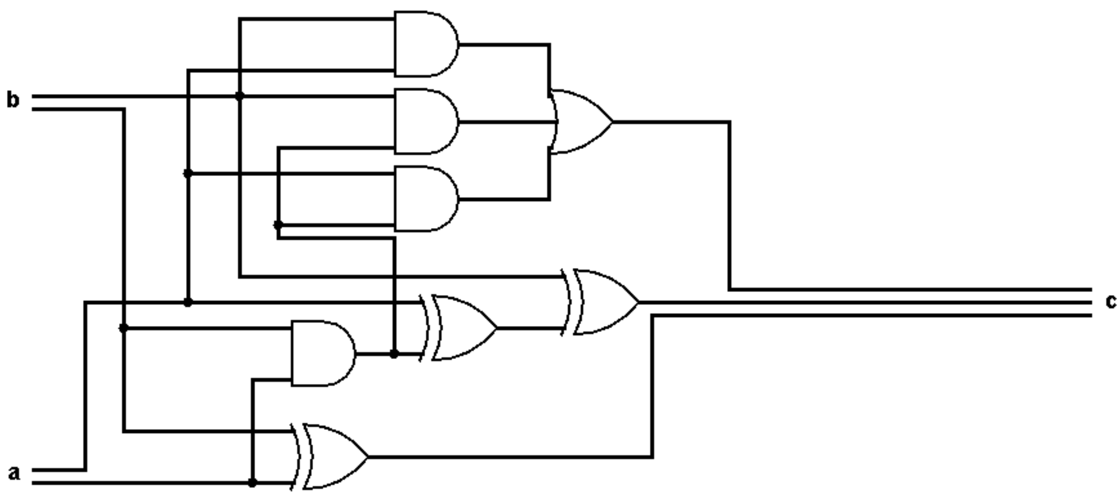




Extrauppgifter

10. Rita kretsen som fungerar precis som uttrycket $a \cdot b + c$. *Ledning: När uttrycket är skriven på den formen tar man alltid "multiplikationen" först. Tag hjälp av uppgift 4.*

11. Låt a och b vara 2-siffriga binära tal, och låt c vara ett tresiffrigt binärt tal. Beräkna c för några värden på a och b i den nedanstående kretsen. Kan du komma på hur kretsen fungerar?



12. Cykler i talteori

30 juli

1. Skickliga Simon fyllde i rutorna i tabellen nedan på så sätt att summan av siffrorna i tre på varandra följande rutor var lika med 15. Luriga Lisa suddade bort nästan alla siffror från tabellen. Går det att återställa siffrorna i tabellen?

6								4						

2. (a) Det finns 3000 lampor som bildar en cirkel runt Stora Torget i staden. Lamporna styrs med två knappar. När borgmästaren trycker på den första knappen, så ändrar varannan lampa (nr 2, nr 4 osv.) läge, dvs tända lampor blir släckta och släckta blir tända. När borgmästaren trycker på den andra knappen, så ändrar var sjätte (nr 6, nr 12 osv.) lampa läge. Från början är alla lamporna tända. Hur många lampor lyser fortfarande efter att borgmästaren först trycker på den andra knappen och sedan på den första?

(b) Hur ändras svaret om den andra knappen istället vore kopplad till lamporna nr 1, nr 7, nr 13 och så vidare?

(c) Hur ändras svaret om den första knappen är kopplad till lamporna med udda nummer och andra knappen till lamporna nr 1, nr 7, nr 13 och så vidare?

3. 2019 enkronor läggs ut i en lång rad. Byt först ut vart fjärde mynt mot en femkrona och därefter vart femte mynt mot en tiokrona. Vilket sammanlagt värde har de 2019 mynten när alla byten är genomförda?

4. Ett tal som består av två siffror ger resten 1 vid division med 2, resten 2 vid division med 3, resten 3 vid division med 4, resten 4 vid division med 5, samt resten 5 vid division med 6. Vad är det för tal?

5. Bestäm alla tresiffriga tal som vid division med 25 ger resten 4 och vid division med 13 ger resten 7.

Extrauppgifter

6. Finn det minsta positiva heltal som förekommer i samtliga av följande tre aritmetiska talföljder, dvs talföljder där talen ökar med jämna mellanrum:
$9, 20, 31, 42, 53, 64, \ldots$
$11, 24, 37, 50, 63, 76, \ldots$
$12, 26, 40, 54, 68, 82, \ldots$

7. En loppa sitter på tallinjen. I ett hopp kan loppan förflytta sig till en punkt på avståndet 1 eller 5, åt vänster eller åt höger, från den punkt där den sitter. Loppan vet att i alla punkter med tal delbara med 5 (det vill säga $0, \pm 5, \pm 10, \pm 15$ och så vidare) finns det lim där hon kan fastna, och därför undviker hon att hamna i

dessa punkter. Kan loppan i precis 2000 hopp förflytta sig från punkten 23 till punkten 24?

8. I talföljden $1, 1, 2, \ldots$ är de två första termerna lika med 1, och alla nästkommande är lika med produkten av de föregående två, utökat med ett, det vill säga $a_{n+1} = a_n \cdot a_{n-1} + 1$. Visa att talet a_{444} inte är delbart med 4.

13. Logik III

30 juli

1. I luffarschack ska man försöka få 3 i rad antingen lodrätt, vågrätt, eller diagonalt. x spelar mot O och de får sätta ut en pjäs varannan gång.

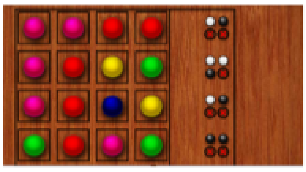
(a) Var ska x spela nästa pjäs för att vinna om 2 drag?

(b) Vilket drag får O inte göra om matchen ska fortsätta mer än 2 drag till?

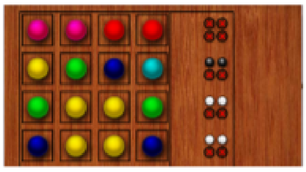
(c) Vilket drag ska x göra för att säkra vinsten?

(a) (b) (c)

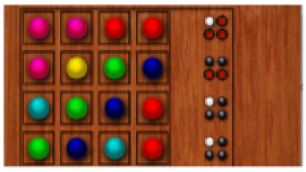
2. I mastermind ska man försöka gissa vilka 4 pluppar som motspelaren gömmer. I denna version finns det 6 olika färger: rosa, röd, grön, gul, blå, turkos. För varje gissning sätter motspelaren ut svarta och vita prickar. En svart prick indikerar att det finns en plupp som har rätt färg men är på fel plats. En vit prick indikerar att det finns en plupp som har rätt färg och är på rätt plats. Om man använder optimal strategi kommer man klara uppgiften på max 5 försök. I dessa fall har den optimala strategin använts. Vad är den korrekta sista raden i följande fall?



(a)



(b)



(c)

3. Angelica, David, Pontus får varsitt kort från en vanlig kortlek av Valentina. Valentina ger dom följande ledtrådar:
1. Alla tre kort är hjärter.
2. Summan av kortens valörer är 13.
3. Angelicas kort har lägst valör.
Angelica tittar på sitt kort och säger ”Nu vet jag jag vilka de andra två korten är!” Hur kunde hon veta det?

4. I Sudoku ska det finnas exakt 1 av varje siffra 1-9 i varje rad, kolumn och 3×3-box. Dessa Sudoku ska inte lösas helt och hållet (de saknar unik lösning). Men går det att finna var

(a) en 4:a ska vara?

(b) en 6:a ska vara?

(c) en 1:a ska vara?

				3				
	1	6	9		5		2	
				4	9			
						4		
				2				
	6							
		1					8	4

(a)

				9				6
	1						7	
	6							
			1	7		2		
							1	
		3						
					6			
								8

(b)

		2				3		
	8	1				9		
				5				
						8		
	9							
							7	2
	4	5					6	

(c)

Extrauppgifter

5. Två spelare spelade ett spel på ett 3x3-bräde. Målet är att få tre i rad. Men man får bestämma själv om man sätter ut ett kryss eller en ring. Den spelaren som får det att bildas tre i rad av samma symbol vinner spelet.

Hur ska man spela för att garanterat vinna i spelet och ska man vara etta eller tvåa?

6. Framför dig står tre personer. En talar alltid sanning, medan var och en av de andra två växlar mellan sanning och lögn: varannan gång talar han sanning och varannan gång ljuger han. Tyvärr vet du inte om lögnaren börjar med att tala sanning eller inte. Du tillåts endast att ställa ja- och nej-frågor till en person i taget. Flera frågor kan dock ställas till samma person. Visa att du behöver ställa högst tre frågor för att lista ut vem som alltid talar sanning.

7. Samma situation som ovanstående fråga. Vad ska du ställa för fråga om du garanterat ska ha listat ut vem som är sanningssägaren efter endast 2 frågor?

8. Samma situation som ovanstående fråga. Vad ska du ställa för fråga om du garanterat ska ha listat ut vem som är sanningssägaren efter endast 2 frågor?

9. Dags för Sudoku igen! Samma regler som innan att ni bara ska hitta en siffra. Här kommer två riktigt kluriga!

(a) Kan ni hitta rutan där en 3:a ska vara?

(b) Kan ni hitta rutan där en 7:a ska vara?

				1				8
								4
	5		2			3		
							1	7
9		6			8			
				7				
5								
				3			2	

(a)

						2		4
9	6							
7						8		1
4			8		1			
					6			
	5				4		2	
		3	7		2		1	

(b)

14. Mattemaraton

31 juli

1. Om a är ett udda tal, visa att $a^2 \equiv 1 \pmod 8$

2. En loppa sitter på tallinjen. I ett hopp kan loppan förflytta sig till en punkt på avståndet 1 eller 5, åt vänster eller åt höger, från den punkt där den sitter. Loppan vet att i alla punkter med tal delbara med 5 (det vill säga $0, \pm5, \pm10, \pm15$ och så vidare) finns det lim där hon kan fastna, och därför undviker hon att hamna i dessa punkter. Kan loppan i precis 2000 hopp förflytta sig från punkten 23 till punkten 24?

3. i En Rubiks kub blev tilltrasslad genom att man utförde en kombination av vridningar på starttillståndet. Visa att man kan få kuben till att vara i starttillståndet igen genom att utföra samma kombination några gånger till.

4. Från fyra siffror som inte var lika med 0 byggde man ihop det största möjliga samt det minsta möjliga talet. Summan av talen man fick blev lika med 11990. Vilka kunde talen ha varit? (Bestäm alla möjliga svar och visa att inga andra svar finns).

5. Den sista siffran av ett kvadrattal är lika med 6. Visa att den näst sista siffran i det talet är udda.

6. Man har sex olika färger och ska använda dem för att måla en kubs sidytor med varsin av de sex färgerna. På hur många olika sätt kan det ske om två sätt anses vara samma om man kan överföra det ena sättet i det andra genom att vrida kuben?

7. Hur många "ord" med tre bokstäver varav en av bokstäverna är en vokal och 2 olika konsonanter kan man bilda med svenska alfabetet? *Ledning: Svenska alfabetet innehåller 29 bokstäver (W inräknat) och a, e, i, o, u, y, å, ä och ö är vokaler, resterande är konsonanter. Ett ord behöver inte vara ett riktigt ord så exempelvis xyh och hyx två unika ord.*

8. Räkna de tal som större än 5400 med fölande egenskaper. De får varken innehålla siffran 2 eller 7 och ingen siffra får förekomma mer än en gång.

9. Fakulteten av n definieras med följande likhet

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ \ldots \ \cdot 2 \cdot 1.$$

Hitta den största tiopotensen som delar talet 50!.

10. Tusen hundar skakar tass med varandra. Hur många tasskaningar sker om varje hund skakar tass med varje annan hund?

11. Om vi inte bryr oss om ordningen när vi ska välja k saker från en mängd av n saker ges antalet sätt att utföra valet av följande formel:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

visa med algebra eller annat argument att likheten nedanför stämmer.

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

12. Två lika stora böcker skall läggas i en låda som är kubformad. När en bok läggs med sin största sida mot lådans botten får den precis plats till ytan. På hur många olika sätt kan böckerna läggas i lådan?

13. Det finns sex trådar. Varje trådände paras ihop med en annan trådände sen knyts dessa ändar samman. Vad är sannolikheten att de bildar exakt en ring?

14. Betrakta en sträcka med ändpunkterna A och B. Välj ett godtyckligt antal punkter på sträckan och beteckna dessa punkter på ett godtyckligt sätt med A eller B. Sträckan delas då upp i ett antal på varandra följande delinterval av typ AA, BB, AB, eller BA.
I figuren har sju punkter valts på sträckan och tre av delintervallen är av typ AB eller BA.
Visa att totala antalet delintervall av typen AB eller BA alltid är ett udda tal.

II

Lektionsmaterial röda gruppen

15. Kombinatorik I

23 juli

Kombinatoriska uppgifter handlar om att räkna antal av något: objekt, sätt, riktningar, m.m. Ofta är det stora mängder så det är väldigt svårt att gå genom alla objekt och räkna dem individuellt.

1. Ett gammaldags brittiskt sätt att skriva datum som används fortfarande i Förenade Stater är månad/dag/år som skiljs från Europeiska Unionens standard vilket är att skriva dag/månad/år. Hur många dagar i år finns det för vilka det går att blanda datum med en annan dag om man inte vet vilken standard det är skriven på.

2. **(a)** Leonid och hans tre grannar, Linus, Erik och Leo tänker ta fram ett schema över vem som ska diska de första fyra dagarna på kollot (alla måste så klart diska en och endast en gång). Hur många olika tänkbara scheman finns det?

(b) Nu visar det sig att Erik tycker att Leonid slarvar och vill absolut inte diska dagen efter honom. Hur många scheman finns det kvar att välja från?

3. **(a)** På hur många sätt kan man välja två personer bland eleverna i klassen: en som ska lösa denna uppgift och en som ska opponera?

(b) På hur många sätt kan man välja två elever i klassen som ska städa när lektionen är slut?

4. **(a)** Hur många olika 10-siffriga tal finns det där ingen siffra upprepar sig två gånger?

(b) Hur många olika 10-siffriga tal finns det där minst en siffra upprepas en gång?

5. **(a)** På skattjakten har det framkommit att det bara är nio av givna tio olika bokstäver som ger nyckelordet. Hur många sådana "nyckelord" (läs: sekvenser av bokstäver) som är nio bokstäver långa kan man framställa från givna ledtrådar?

(b) Om man nöjer sig bara med att gissa vilka bokstäver som är med i det verkliga nyckelordet, på hur många sätt kan man göra det?

(c) Vilka svar får man om man räknar samma uppgifter för ett ord som består av bara en bokstav?

6. På geometriska planen valde man sådana 10 punkter att det inte går att dra rätlinje genom några tre av dem. Hur många trianglar med hörn enbart i dessa punkter kan man rita?

7. Emil har fem legendariska pokémonkort, Axel har åtta som är lite mer vanligt förekommande. Emil tänker därför byta två av sina kort mot fyra av Axels kort. På hur många sätt kan de genomföra denna utbyte?

8. På hur många sätt kan man fördela gruppen i två lag för mattedrabbning så att Alvar och Vilhelm är inte med i samma lag?

9. Elisabet har en låda med glassklassiker där det ligger två nogger, en piggelin, en sandwich, en 88-a och en päronsplitt. Hon tänker välja fyra av dessa för att mumsa på idag men vill absolut ha minst en nogger bland dem. På hur många olika sätt får hon välja en sådan uppsättning av fyra glassar?

10. **(a)** På hur många sätt kan man välja ordning för n olika objekt? (det kallas även för *permutationer*)

(b) På hur många sätt kan man välja en sekvens av k objekt från n givna? (ett *ordnat urval*).

(c) På hur många sätt kan man välja uppsättning av k objekt från n givna? (ett *oordnat urval* eller *kombination*).

11. Välj 6 punkter på planen på så sätt att det finns exakt 17 trianglar som har sina hörn i dessa punkter.

12. På hur många sätt kan man välja fem böcker från tolv böcker som står i rad om man inte får välja på varandra följande böcker?

16. Grafer I

23 juli

1. Alla deltagare på mattekollot har lyckats skaffa sig två kompisar bland de andra deltagarna. Hur många vänskaper har det blivit?

2. På mattekollots första dag blev alla ledare förutom Leonid osams med olika antal ledare (dvs inga två var osams med samma antal ledare). Med hur många ledare bråkade Leonid?

3. Antal kanter som går ur en nod i en graf kallas för denna nods *grad*. Finns det graf vars noders grader är som följer nedan?

(a) 9, 8, 8, 7, 6, 6, 3, 2, 1?

(b) 8, 8, 7, 7, 6, 5, 4, 2, 1?

(c) 8, 7, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 1?

(d) 8, 7, 5, 4, 4, 3, 2, 2, 2?

Hur många kanter kan det finnas i en sådan graf?

4. **(a)** Mattekollots röda gruppen anordnar en turnering i Go. Varje grupps deltagare (det är 9 deltagare sammanlagt) får spela exakt fem gånger varpå man kommer att räkna poäng och utse två bästa spelare till final. Skriv ett schemaförslag för turneringen.

(b) Går det att anordna en sådan turnering om man räknas som utslagen (och får inte fortsätta) efter att ha förlorat sina första tre matcher?

5. Bevisa att summan av graderna av alla noder i en graf alltid är lika med det dubbla antalet kanter.

6. Varje dag får fyra av arton Mattekollots deltagare diska. Kan det hända att vid något ögonblick har varje elev träffat andra elever vid diskstället en och en endast gång?

7. *(Handskakningslemmat)* Bevisa att antal människor i sällskapet som gjorde ett udda antal handskakningar alltid är jämnt.

8. I en graf har alla noderna antingen svart eller vit färg. Varje svart nod är anknuten till 5 svarta och 10 vita, och varje vit nod är anknuten till 9 svarta och 6 vita. Vilka noder finns det mest av, svarta eller vita?

Extrauppgifter

9. Finns det en graf med $2n$ noder som har graderna $1, 1, 2, 2, \ldots, n, n$?

10. I ett sällskap har varje person exakt en vän och en fiende. Bevisa att

(a) antalet medlemmar i sällskapet är jämnt.

(b) det går att fördela sällskapet i två klubbar på så sätt att det finns varken några vänner eller fiender i klubbarna.

17. Kombinatorik II

24 juli

1. På hur många sätt kan man läsa ut ordet "KVADRAT" (se bilden på nästa sida) om man börjar på K och sedan går snett nedåt höger eller snett nedåt vänster tills man kommer till ett T?

2. En trappa består av 10 trappsteg. Man vill resa hela vägen ner från toppen och det är tillåtet att hoppa över flera trappsteg (även skippa allihopa). På hur många sätt kan man ta sig ned?

K

V V

A A A

D D D D

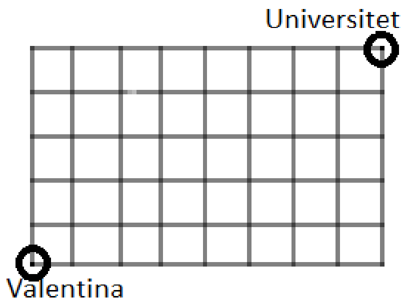
R R R R R

A A A A A A

T T T T T T T

Problem 1

3. Valentina reser varje dag till universitet under mattekollot för att ta hand av dylika organisatoriska uppgifter. Leonid brukar jaga upp henne under resans gång och ställa någon dum fråga om översättning av sina uppgifter till svenska. Detta vill Valentina så klart undvika och därför ritade hon karta av vägar från Eriksberg till universitet och bestämde att hitta så möjliga olika sätt att resa som det bara går. Hur många reserutter finns det (ta i hänsyn att Valentina vill bara resa mot universitet och tänker aldrig röra i motsatt håll, dvs "ner" eller "vänsterut")?



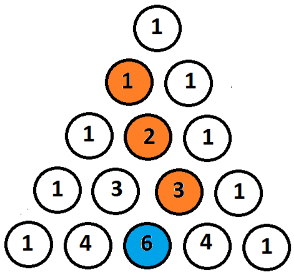
4. Hur många 7-siffriga tal finns det som består av tre ettor och fyra tvåor?

5. I vissa länder (bl.a. Ryssland) är det grovt oartigt att ge blombukett som består av ett jämnt antal blommor till en levande människa. Hur många varierande buketter kan man skapa från hundra olika blommor om man inte vill såra någon?

6. Pascal triangel är en sådan figur där på varje rad nummer n står det $n+1$ tal: $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \dots, \binom{n}{n}$ (se bilden nedan). Vi vet redan några enkla fakta om denna triangel:

- Alla talen längst till vänster och längst till höger är 1. ($\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$).
- Alla andra tal i Pascals triangel är summa av tal som står till vänster och till höger på översta rad. (för att $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$)
- Summa av alla talen på någon rad är 2^n där n är nummer av denna rad. (summa av antal olika kombinationer är 2^n)

Denna underbara figur underlättar att skåda olika intressanta förhållanden mellan $\binom{n}{k}$-talen. T.ex. väljer man ett valfri tal i Pascals triangel, så summa av talen i föregående höger diagonal som slutar strax ovanpå till höger av detta tal (orangefärgade talen på bilden) ger det urvalda talet (blå). Bevisa detta.



7. Det finns oändligt många tal i Pascals triangel. Vissa ser man flera gånger: 1 finns två gånger på varje rad, 6 finns på 4:e och två gånger på 6:e rad, osv. 2-an däremot ser man bara en gång - på 2:a rad.

(a) Finns det ett positivt heltal som inte är med någonstans på Pascals triangel?

(b) Ser man tal $1+2+3+\ldots+2019$ på 2020:e rad i Pascals triangel?

(c) Kan det träffas tal som är delbart med 2017 förrän 2017:e rad?

8. Hur många udda tal finns i den 8:e raden på Pascals triangel? Och i rad nummer 16? Och nummer 256?

9. Hur många olika bokstavsekvenser kan man få om man byter ordning av bokstäver i ordet "MATEMATIKA" (ursprungliga grekiska ordet för matte)?

10. Bevisa att $\binom{n}{0}^2+\binom{n}{1}^2+\ldots+\binom{n}{n}^2=\binom{2n}{n}$.

11. Finns det något heltal större än 1 som träffas fler än 4 gånger i Pascals triangel?

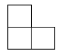
18. Induktion I

24 juli

1. 13 munkar och 12 troll kom till en å vilket de avser att korsa över till andra sidan. Problemet är att munkarna är rädda och vägrar att stanna kvar med flera troll än dem men båten har bara två platser. Beskriv ett sätt för dem alla att åka till andra sidan.

2. **(a)** Dela schackbrädet i 12 rektanglar med samma omkrets.

(b) Dela $2^n \times 2^n$-brädet i $3 \cdot 4^{n-2}$ rektanglar med samma omkrets.

3. **(a)** Dela 4×4-brädet utan en hörnruta i 3×1 figurer  .

(b) Dela 8×8-brädet utan en hörnruta i samma figurer.

(c) Visa att $2^n \times 2^n$-kvadrat utan en hörnruta går att dela i samma figurer.

4. Bevisa att varje tal som är större än 8 kan föreställas som en summa av några 3-or och några 5-or.

5. **(a)** Finns det ett heltal som kan föreställas som en summa av tre sina olika delare?

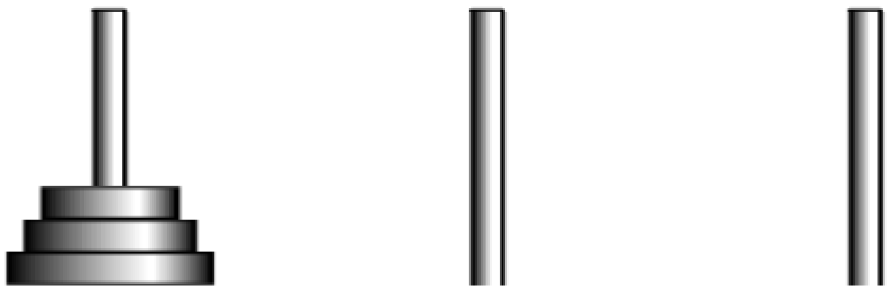
(b) Finns det ett heltal som kan föreställas som en summa av 100 sina olika delare?

6. **(a)** Visa att varje kvadrat går att fördela i 4, 6, 7 och 8 kvadrater (möjligtvis av olika storlekar).

(b) Visa att varje kvadrat går att fördela i n antal kvadrater där n är ett positivt heltal större än 5.

7. I hur många områden fördelas planet av 100 räta linjer där inga är parallella och inga tre möts i samma punkt?

8. Hanoi-tornen spel handlar om att flytta plattor som bygger "ett torn" från en påle till en annan (som är tom i början). Man får bara flytta en platta i taget och det går inte att lägga större platta på en mindre. Ursprungligen finns alla n plattor upplagda på en påle, och det finns två tomma stolpar bredvid. Visa att det går att flytta alla plattor till en tom påle på 2^n drag.



9. På varje ruta av $3 \times n$-brädet (3 rader, n kolumner) står pjäser av tre olika färger med lika antal pjäser (n) för varje färg. Bevisa att genom att förflytta pjäser i rader går det oavsett ursprungliga placeringen att göra så att det i varje kolumn finns pjäser av olika färg.

10. n rövare delar en skatt. Varje rövare vill ha minst (vad han uppfattar som) en $\frac{1}{n}$ del av skatten, annars blir det bråk. Alla rövare tycker att de kan dela skatten i jämna delar men så fort de börjar göra det så finns det någon som tror att ena biten är större än det andra. Visa hur de kan komma till en överenskommelse där alla tror att de blivit rättvist behandlade.

19. Grafer II

25 juli

Definition. En sekvens av noder som är sammankopplade med kanter kallas för *en väg*. Om det finns en väg mellan varje par av noder kallas grafen för *sammanhängande*.

Definition. Om en graf inte är sammanhängande så består det av flera sammanhängande delar, de kallas för grafens *komponenter*.

1. **(a)** I en graf motsvarar noderna talen $1, 2, 3, \ldots, 30$ där en kant är dragen mellan två noder om och endast om den ena nodens tal delar den andra nodens tal. Hur många komponenter finns i denna graf?

(b) Samma uppgift men för talen $2, 3, \ldots, 30$

2. **(a)** Tänk dig en graf där alla noder motsvarar rutorna på ett schackbräde. Dra en kant mellan noder om man kan flytta en löpare från ena nodens ruta till andra nodens ruta. Låt oss kalla denna graf för löparens graf. Hur många komponenter finns det i det?

(b) Hur många komponenter finns det i hästens graf på shackbrädet? Blir svaret samma på ett valfritt $n \times n$-bräde?

3. Varje elev från mattekollot har gungat tillsammans med minst 9 andra elever (inte nödvändigtvis på en gång, utan vid flera tillfällen). När de gjorde så, berättade de varandra om alla andra som de vet har gungat. Visa att slutligen känner någon elev till att alla andra.

4. David har gått vilse bland olika avdelningar av Ångströmlaboratoriet och går i cirklar. Visa att han kan återvända till huvudentrén (där han började sin vandring) genom att passera korridorer där hade varit ett udda antal gånger.

5. Pontus upprätthåller kontakt med 1001 andra mattelärare i Sverige, medan alla andra mattelärare är bekanta med exakt 100 andra mattelärare. Leonid känner bara en mattelärare, bevisa att han kan ändå skicka ett muntligt meddelande till Pontus genom sin kontaktkrets.

6. I en sammanhängande graf är varje nods grad minst 2019. En kant suddas bort, kan grafen då sluta vara sammanhängande?

7. Finns det en sammanhängande graf med 2019 noder som slutar vara sammanhängande oavsett vilken kant man än suddar bort?

8. I en sammanhängande graf är varje nods grad exakt 100. En kant suddas bort, kan grafen sluta vara sammahängande?

9. Hittepålandets vägar är få och räknas upp till ynka 56. Antal städer är inte

stort heller, det finns bara 12. Bevisa att det går att resa mellan två valfria städer i detta land.

10. Alla kanter i en full graf (där alla noder är kopplade med en kant) färgades i antingen rött eller blått. Bevisa att antingen grafen som har samma noder men enbart röda kanter eller grafen som består enbart av blåa kanter är fortfarande sammanhängande.

20. Kombinatorik III

25 juli

1. **(a)** Leonid tycker att han får granska alldeles för många lösningar på intagninsprovet och därför har han kommit på ett system att minska sin arbetsbelastning. Han lägger alla proven på hög först, varpå flera av dem som ligger högst upp kastas i en papperskorg. Nästa portion får komma med i den gröna gruppen och resten får nöja sig med den röda gruppen. Hur många olika resultat kan det bli om man följer denna procedur? (Tänk på att grupperna inte får vara tomma och papperskorgen får inte vara det heller då Leonid är hemskt lat.)

(b) Förr i tiden hade Leonid ett mer tidskrävande system där han bläddrade genom alla intagningsproven och slumpmässigt valde dess författares öde (papperkorg/röda/gröna gruppen). Hur många olika fördelningar kunde man få med det sättet?

2. **(a)** På hur många sätt kan man lägga 20 likadana bollar i 6 olika lådor om ingen låda får vara tom och varje boll måste hamna i någon låda?

(b) Hur många fler sätt blir det om man får lämna några lådor tomma?

3. På hur många sätt kan man lägga 10 svarta och 20 vita bollar i rad så att två svarta bollar aldrig ligger bredvid varandra?

4. Man säljer 10 olika sorters frimärken på en postavdelning. Hur många olika uppsättningar av

(a) 12 frimärken

(b) 8 olika frimärken

kan man köpa där?

5. Hur många 12-siffriga tal som består av tre ettor, fyra tvåor och fem treor finns det?

6. **(a)** Vid en fikapaus tilldelades 10 elever i den Röda gruppen 18 gifflar, en banan, ett päron och en pappersmugg. På hur många (inte nödvändigtvis rättvisa) sätt kan de dela på dessa mellan varandra?

(b) Hur måna olika möjliga fördelningar skulle det finnas om Röda gruppen fick tre pappersmuggar fler (dvs fyra pappersmuggar sammanlagt)?

7. Hur många lösningar har ekvationen $a+b+c+d=2019$ i icke-negativa heltal?

8. På hur många sätt kan man föreställa 1000000 som en multiplikation av tre positiva heltal?

9. På hur många sätt kan man placera 5 torn på ett schackbräde så att inget torn slår någon annan?

10. På hur många sätt kan man välja en uppsättning av lika många elever från röda och gröna grupper (i nuläget är det tio elever i röda och åtta i gröna gruppen)?

11. På hur många sätt kan man placera talen $1, 2, \ldots, 20$ på en rad så att varje tal utom 1 är större än minst en av sina grannar?

21. Mattedrabbning

26 juli

1. Går det att dela in en triangel i flera mindre trianglar så att inget par av dem har en hel gemensam sida?

2. Hur många olika 6-siffriga tal vars siffror är nedåtgående (varje följande siffra bör vara mindre än den föregående) finns det?

3. I början fanns det sju lådor. Sedan lade man in sju nya lådor i en av de tomma lådorna, sedan sju nya i en av tomma och så vidare. Man upprepade proceduren ett antal gånger och till slut fick man en situation då bara tio av lådorna inte var tomma. Hur många lådor blev det sammanlagt?

4. Man ritade räta linjer i planet, som delade in det i flera områden. Bevisa att det går att färglägga planet i svart och vitt på så sätt att områden som har en gemensam gräns alltid har olika färg.

5. Vilket tal är större, $\dfrac{2019}{2020202020202020}$ eller $\dfrac{2018}{2019201920192019}$?

6. 20 lag deltog i den Stora Mattedrabbningsturneringen där alla spelade mot alla en gång. Bevisa att det går att numrera lagen med talen $1, 2, \ldots, 20$ på så sätt att det första laget vann mot det andra laget, det andra laget vann mot det tredje, det tredje vann mot det fjärde, ..., det 19:e laget vann mot det 20:e.

7. På fikapausen åt Vidar två kakor fler än Mauritz, Mauritz åt två kakor fler än Ludvig och Ludvig åt tre kakor fler än Sebastian. Sammanlagt åt de 2019 kakor. Hur många av dessa hade Vidar fått mumsa på?

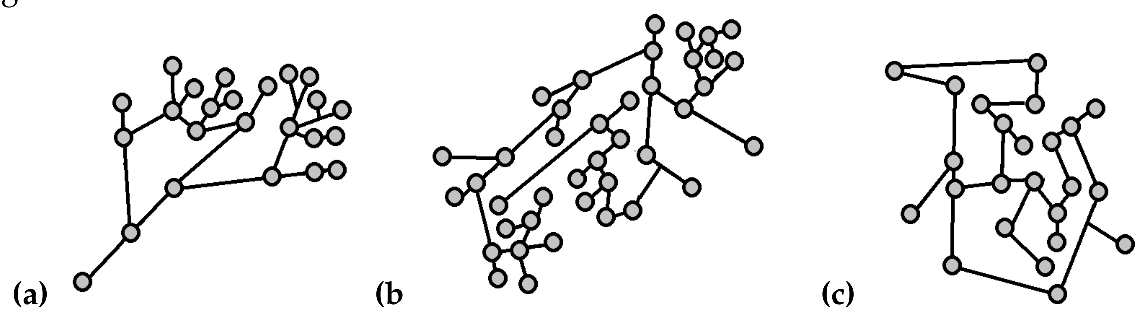
8. På ett schackbräde står det positiva heltal i rutorna. Man får välja en valfri kvadrat som består av 4×4 eller 3×3 rutor och addera etta till varje tal i kvadraten. Går det alltid att få alla talen på brädet att vara delbara med 10 med hjälp av några sådana operationer?

22. Grafer III: Träd

28 juli

Definition. Man kallar en graf för *ett träd* om det är en sammanhängande graf som inte innehåller några cykler. Med *cykler* menar man vägar som går genom någon nod fler än en gång. Alla andra vägar som är inte cykler heter *enkla vägar*.

1. Vilka av följande grafer är träd? Om grafen inte är ett träd, går det att ta bort några kanter så att det blir ett träd?



2. **(a)** Visa att en graf där det finns en och endast en enkel väg mellan varje par av noder är ett träd.

(b) Visa att det finns en enkel väg mellan varje par av noder i ett träd.

3. Visa att ett träd alltid har minst en nod med graden 1 (sådana noder kallas för "löv").

4. Alla noder har grad 3 i en graf. Visa att den kan inte vara ett träd.

5. Visa att ett träd slutar att bli en sammanhängande graf när man tar bort en kant från det - oavsett vilken kant man väljer.

6. Vidar har skapat en modell av träd med 2019 noder och sedan bestämde att snygga upp den genom att klippa bort alla "löv" (dvs han tog bort alla noder som hade grad 1 med deras motsvarande kanter). Efter att han har gjort det, visade det sig att andra noder blev löv, vilket Vidar klippte igen och bestämde att fortsätta så vidare så länge "löven" fanns kvar. Hur många kanter kommer Vidar att klippa och hur många noder som högst kommer att finnas kvar när han har slutat?

7. **(a)** Bevisa att antalet kanter i en träd är alltid lika med antalet noder minus ett.

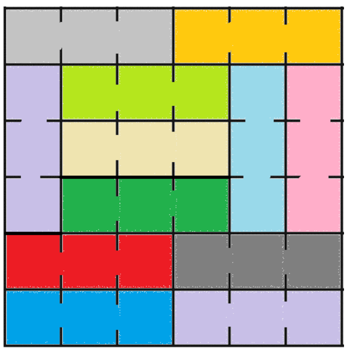
(b) Bevisa att en sammanhängande graf som har samma förhållande med antal kanter och antal noder som ovan är ett träd.

(c) Bevisa att en graf utan cykler som har samma förhållande med antalet kanter och antalet noder som ovan är sammanhängande, dvs är en träd.

(d) Räcker det om man bara säger att en graf ska ha detta förhållande mellan antal noder och kanter för att vara träd?

8. **(a)** Pontus knöt ett 15×15-nät för att spela stafett-Renju. Medan har var borta kom några Nao-robotar och klippte några av nätets trådar men så att nätet höll ihop. Hur många trådar som högst kunde robotarna ha klippt?

(b) Det visade sig att robotarna klippte på så sätt att nätet kan nu föreställas som en samling av 1×3-triminoer (se en exempel för 6×6-nätet på bilden). Hur många fler trådar kan de klippa så att nätet fortfarande håller ihop?



9. På schackbrädet har man byggt murar mellan varje par av intilligannde rutor. Hur många murar ska man riva som minst för att ett schacktorn ska kunna förflytta sig fritt mellan varje par av rutor?

10. Hur många kanter behöver man ta bort från en komplett graf (där det finns kanter mellan varje par av noder) på 30 noder för att få ett träd?

11. Bevisa att det alltid går att ta bort en nod med alla dess kanter från en sammanhängande graf så att det förblir sammanhängande.

12. Finns det en sammanhängande graf på tio noder där samtliga noder har grad tre och det finns en väg mellan varje par av noder som är högst två kanter lång?

23. Blandade uppgifter

28 juli

1. Erik W och Erik C missade bussen till kollot och fick gå genom skogen. Erik W sprang sju gånger snabbare än Erik C gick men kom ihåg en olöst uppgift halvvägs och började röra hälften så snabbt som sin kompis. Vem kommer till universitetet först?

2. Bland påståenden "Talet a är delbart med 2", "Talet a är delbart med 4", "Talet a är delbart med 12", "Talet a är delbart med 24" är bara ett felaktigt. Vilket påstående är det?

3. Efter att Karlsson och Lillebror åt upp födelsedagstårtan, tänkte Karlsson att om han hade ätit 40% större bit så skulle Lillebror fått en 60% mindre bit. Hur mycket större skulle Lillebrors bit bli om Karlsson hade ätit 50% mindre istället?

4. På ett jedikollo i en galax långt långt bort gav Yoda sina elever 10 uppgifter på den första lektionsdagen. Efter att eleverna hade klarat alla uppgifter insåg han att de var alldeles för få och ökade antalet med två uppgifter nästa dag. Det fick han fortsätta med varje dag för att verkligen duktiga unga padavaner var. Hur många uppgifter hade Yoda skrivit sammanlagt om kollot var 21 dagar långt?

5. Vilket är det största möjliga bråket som är mindre än $\frac{1}{3}$ och vars nämnare och täljare är heltal som summeras till 101?

6. I någon matteklubb är tjejerna fler än 40% men färre än 50% av alla deltagares antal. Vad är minsta antal deltagare denna matteklubb kan bestå av?

7. Efter 5 första dagar på Mattekollot hade Valentina kommit på ett visst system. Hon sov nämligen medelvärdet av antalet timmar hon hade sovit på alla de föregående dagarna varje resterande dag. Det är känt att Valentina sov 40 timmar sammanlagt de första 10 dagarna. Hur många timmar har hon sovit genom hela kollot som var 21 dagar långt?

8. Vilket är minsta positiva heltalet som 50! inte är delbart med?

9. Tänk tider där minutvisare och timvisare på klockan ligger på samma linje. Finns det ett par tider för vilka dessa linjer korsas vinkelrät?

10. Alla 20 positiva heltal är mindre än 70. Bevisa att bland deras parvisa skillnader finns minst fyra lika.

Extrauppgifter

11. På en ö där alla invånare antingen ljuger eller säger sanning har en resenären träffat sällskap som stod i cirkeln och sjöng. När han frågade vem de var sade varje person vem hans högra granne var istället, varpå resenären kunde bestämma vilken del av de är lögnare. Kan även du räkna ut det?

12. Det dras en tävling bland 25 giraffer av olika höjder om vem är högst. Vid en omgång kommer 5 giraffer vars höjder bestäms rättvist av juryn (varje giraff då får en plats, från 1:e till 5:e). Hur ska man anordna 7 omgångar så att man kan rättvist bestämma alla pallplatser?

24. Invarianter

29 juli

1. Flera kollodeltagare vad bjudna på middag. Alla de ankom till middagen vid olika tider. Pontus upptäckte när han kom fram att det fanns 20 tallrikar i diskstället. Efter det kom 17 deltagare i någon ordning och antingen tog en tallrik från diskstället eller lade tillbaka en (vissa hade redan ätit klart). När det var slut räknade Pontus tallrikarna i diskstället och det blev 10 kvar (enligt honom). Får Pontus bli en mattelärare?

2. Talen 12, 7, 23, 45, 13 och 5 står i en cirkel. På ett drag får man lägga på eller ta bort ett tal (inte nödvändigtvis ett heltal) från två tal som står intill varandra. Kan man få en cirkel där talen 7, 13, 4, 1, 5 och 12 står i ordning efter flera sådana drag?

3. Under middagen fick Erik C och Erik W vara ansvariga för att hantera glas. Varje gång väljer de ett par glas (de är ju två) och ändrar hur dessa glas är: rena glas gör de till smutsiga och smutsiga diskas till rena. De håller rena glas uppvända och smutsiga nervända för att minnas vilka som är vilka. I början var alla 17

glasen rena, kan det hända att alla glasen blir smutsliga till slut?

4. Talen $1, 2, \ldots, 20$ står på tavlan. Det går att ersätta två valfria tal med ett tal som är lika med deras summa minus två. Vilket tal kommer att stå kvar på tavlan när det är endast ett tal kvar? Ge alla möjliga svar.

5. På tavlan står det 2019 ettor och 2020 minusettor. Amadeus suddar ett par av talen på tavlan och ersätter dem med en etta om de var lika och med en minusetta om de var olika. Vilket tal kommer att stå kvar på tavlan i slutet?

6. På fikapausen fick alla antingen en frukt eller en kaka. Mauritz tänkte att det var alldeles för lite och därför anordnade en svart marknad där man fick byta till sig en frukt mot 5 kakor eller en kaka mot 5 frukter. Kan Mauritz genom dessa ränksmiderier skaffa sig exakt 26 tilltuggsobjekt?

7. Leo leker med schackbrädet genom att färga om alla rutorna i slumpmässigt vald rad eller kolumn till motsatt färg.

(a) Kan Leo få hela schackbrädet att bli svart eller vitt?

(b) Hela schackbrädet utan en hörnruta (som blir av motsatt färg)?

8. Nao-robotarna skickar meddelande på binär form, dvs de använder enbart siffrorna 0 och 1 i meddelandesekvenserna. Fredrik minns att han programmerade robotarna på så sätt att om man tar bort två på varandra följande 0 och 1 (just i denna ordning), så förblir betydelsen av meddelandet densamma. Det vill säga, 00111011, 011011, 1011 och 11 betyder samma sak. Samma gäller om man lägger "10", "1000" eller "1011" i någon del av meddelandet. Under en av sina tester hade Fredrik fått 011 som svar från roboten men han förväntade att det skulle bli 1010. Men dessa ord har förmodligen samma mening, hoppades Fredrik, roboten bearbetade bara meddelandet lite grann. Har han rätt?

9. 30 mynt ligger i en cirkel: först tre med klave uppåt, sedan tre med krona uppåt, sedan tre med klave uppåt och så vidare. Man får vända på ett mynt vars grannar är av olika sort. Hur många mynt som mest mha dessa operationer kan man få att ligga med kronan uppåt?

10. På 44 stolpar som står i en cirkel sitter det 44 uppslupna grönsiskor, var på sin stolp. Varje sekund flyger två grönsiskor från sina stolpar till intilliggande i motsatta håll (en medsols och en motsols). Kan grönsiskorna någonsin samlas på en stolp?

11. Jesper tycker om att dricka te med mjölk medan Valentina föredrar fram att dricka mjölk med te istället. För att kunna servera det på det snabbaste möjliga sättet, förbereder de ett glas vatten och ett glas mjölk. Därefter tar Valentina två-tre skedar av mjölk från glaset med mjölk och häller över dem i glaset med te. Efter att de blandat någorlunda denna var sin drink inser Jesper att han hade fått orättvist mycket av teet och häller ut samma antal skedar i Valentinas glas. Vad blir det mer av nu, mjölk i Jespers glas eller te i Valentinas glas?

12. Vad får man för svar i uppgift med talen $1, 2, \ldots, 20$ om man får byta ut två tal mot resultatet av uträkningen "deras produkt + deras summa"?

25. Extremprincipen

29 juli

1. Varje ledare på Mattekollot fick en bit av pizza och en portion av pastasallad (alla bitarna och portionerna var av olika storlekar). Ledaren blir glad om hen får både större bit och portion än någon annan ledare. Vad är det högsta antalet ledare som kan bli glada?

2. Det står flera torn på ett schackbräde. Visa att det finns ett torn som slår endast två andra torn eller färre.

3. För varje par av tal från en uppsättning av positiva heltal gäller det att det ena är delbart med det andra. Bevisa att det finns ett tal i denna uppsättning som är delbart med alla andra tal.

4. Ett schackbräde delades i dominobitar 2×1. Bevisa att det finns antingen två lödräta eller två vågräta dominobitar bredvid varandra.

5. Kan man skriva ut talen

$1, 2, \ldots, 99$

$1, 2, \ldots, 100$ i rad så att varje par av på varandra följande tal skiljer sig med minst 50?

6. Det går att såga $3 \times 3 \times 3$ träkub i $1 \times 1 \times 1$ småkuber (27 st. totalt) i 6 sågningar på ett enkelt sätt. Vad är det minsta antalet sätt man kan få om man får flytta om delarna hur man vill för att få såga flera samtidigt?

7. På staffettskrivning skrev 7 elever 100 gånger ordet "kaka" (eller en av dessa derivater), alla olika antal gånger. Bevisa att det finns tre av dem som skrev "kaka" sammanlagt minst 50 gånger.

8. I rymden finns 1001 asteroider, på varje bor en astronom. Alla avstånd asteroider emellan är olika. Varje astronom studerar asteroiden som befinner sig närmast till ens egen. Visa att det finns någon asteroid som ingen studerar.

Extrauppgifter

9. Det står 64 olika heltal på rutor av ett schackbräde. Visa att det finns ett par tal som står på intilligande rutor som skiljs med minst 5.

10. Alla elever har varit vid gungorna exakt en gång under dagen (och aldrig återvände). Man vet att varje elev träffade alla andra elever vid gungorna. Bevisa att vid något ögonblick samlades alla elever där.

26. Eulerstigar

30 juli

Definition. En väg som innehåller varje kant i grafen exakt en gång kallas för en *Eulerstig*. En *Eulercykel* är en Eulerstig som påbörjar och slutar i samma hörn.

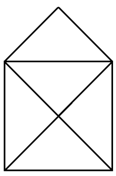
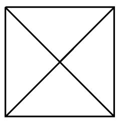
1. David har vandrat länge på tomma korridorer i Ångströmslaboratoriet. Han är nu i köket på 4:e våningen men har tidigare varit i 2002 för att hämta en glömd datorväska.

(a) Visa att han har gjort sammanlagt ett jämnt antal av in- och utgångar från 2002.

(b) Visa att han har gjort sammanlagt ett udda antal av in- och utgångar från köket på 4:e våningen.

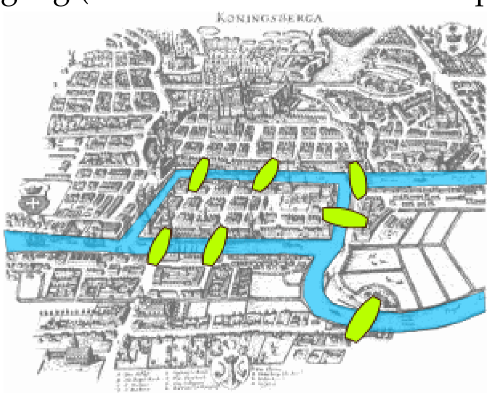
(c) David har nu gått ur samma entré som han har använt för att komma in i huset. Visa att han gjorde ett jämnt antal in- och utgångar från varje rum.

2. Går det att rita följande figurer utan att lyfta pennan och rita över befintliga linjer?

(a)  **(b)** 

3. Argumentera för att för något värde på radien så kommer Hunden att bli tvungen att vandra genom origo.

4. Leonhard Euler under sin promenad i Königsberg började fundera på om det går att vandra genom staden på så sätt att man besöker varje bro en och endast en gång (se stadens karta med broar på bilden nedan).



5. Man ritade flera cirklar i planet på så sätt att det går att vandra från en valfri cirkel till alla andra utan att lämna dessa cirklar helt. Visa att det går att rita dessa cirklar på så sätt att man inte behöver lyfta pennan och rita över befintliga linjer.

6. Visa att alla kanter i en graf där noder endast har jämna grader kan fördelas i ett antal cykler på så sätt att varje kant tillhör exakt en cykel.

7. **(a)** Visa att i en graf där noderna endast har jämna grader finns det en Eulercykel.

(b) Visa att ien graf där två noder har udda grader och resten av noderna är av jämna grader finns det en Eulerväg.

8. Vid fördelningen av pizzor (som ledarna inte hunnit skära i bitar) försökte varje elev att ta två av pizzorna varpå de började bråka. Dessutom fanns det exakt två elever för varje pizza som ville ha just den pizzan. Visa att det går att dela pizzorna mellan eleverna på så sätt att varje elev får en pizza som han önskade.

9. Vilket är det minsta antal delar som man måste såga en metalltråd av längden 120 cm i för att kunna tillverka en kub med sidan 10cm?

Extrauppgifter

10. Visa att det finns ett sätt att skriva en sekvens av 82 siffror så att varje tvåsiffrigt tal som inte är delbart med 10 är skapad av något par av intilligande siffror.

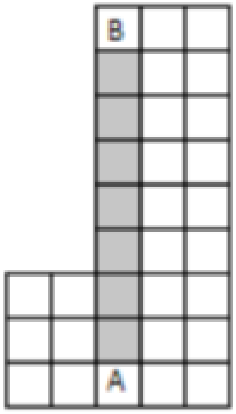
11. På varje kolumn och varje rad av ett schackbräde står det minst 2 torn. Går det alltid att ta bort några torn så att det står exakt 2 torn i varje kolumn och i varje rad?

27. Induktiv konstruktion

30 juli

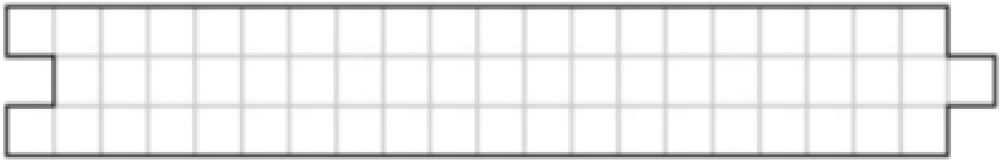
1. Framställ 118 som en summa av 50 tal som alla har lika siffersumma.

2. På rutan markerad med bokstaven "A" står en häst som får flyttas till rutan med bokstav "B" (se bild på nästa sida). Vidare ska hästen besöka alla gråa rutor i rätt ordning från den nedersta till den översta och den får inte besöka någon ruta fler än en gång. Visa hur man gör detta.



Problem 2

3. Fördela figuren på bilden nedan i 20 likadana delar:



4. Talen 1 och 2 står på tavlan. Man får ta ett tal, räkna ut dess siffersumma och lägga till det på det andra talet. Kan man få två stycken 2017 att stå på tavlan efter några sådana operationer?

5. Går det att fördela en kvadrat i 14 likadana trianglar?

6. Placera fler än 25 tal i en cirkel så att summan av varje tals grannar är delbar med detta tal och att summa av alla tal är exakt 2,5 gånger antalet tal i cirkeln.

7. Från en rektangel med olika sidor skärs en kvadrat vars sida är lika med rektangelns minsta sida. Om den kvarvarande delen av rektangeln är inte kvadrat så upprepas det igen. Bevisa att för varje positivt heltal n så finns det sådan rektangel där denna process kommer att avslutas efter exakt n skärningar.

8. **(a)** Finns det en uppsättning med tre heltal där det i varje par divisionen av det större talet med det mindre alltid ger rest 7?

(b) Finns det en uppsättning av fyra heltal med samma egenskap?

(c) Av n tal?

Tänk att man behöver inte räkna alla talen exakt, det räcker att visa hur de räknas.

9. Kan man placera några punkter i planet så att det skulle finnas exakt 10 andra punkter på avstånd 1 från varje punkt i uppsättningen?

10. Föreställ 1 som en summa av olika 100 bråk av typ $\frac{1}{k}$, det vill säga där täljaren är 1 och nämnaren är något positiv heltal ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, osv).

28. Mattemaraton

31 juli

1. Fördela rektangeln 4×9 i två delar så att det går att lägga ihop delarna i en kvadrat.

2. Pontus anordnade 15 elever som kom i tid till idrott att springa i en cirkel med jämna mellanrum. Hur påverkas avstånd mellan elever procentuellt när de som kom sena (3 elever) ansluter sig till cirkeln?

3. Man har en ordnad uppsättning av olika vikter. Hur många uppvägningar på balansvåg måste man göra för att bekräfta att varje par av vikter väger mer än en valfri enstaka vikt?

4. Fördela rektangel 4×8 i 9 kvadrater så att varje kvadrats area är ett heltal.

5. Summan av några positiva tal är större än 10. Kan summan av deras kvadrater vara mindre än 1?

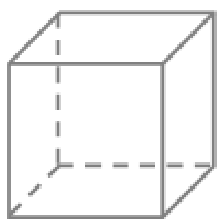
6. I Hittapålandet finns det exakt 100 vägar mellan städerna. Hittepåborna påstår även att det går 3 vägar ur varje stad i deras land. Kan detta vara sant?

7. Eleverna i Röda Gruppen spelar maffia med klassiska varianten: 3 olika roller (läkare, polis och sheriff), 4 bybor och 3 maffior. Hur många olika rollfördelningar finns det bland elever där Erik C inte är en maffia?

8. 18 elever deltar i en skrivstafett, de börjar vid var sitt bord. Varje 2 minuter får valfria två deltagare byta bord till en av intilligande (i valfri riktning). Kan de alla samlas vid ett bord efter ett tag?

9. Hitta 13 olika tal sådana att summan av varje tal av parenockså är olika.

10. Går det att måla kanterna på en kub i två färger, rött och blått, på så sätt att man ska kunna ta sig från vilket hörn som helst till vilket annat hörn som helst både bara via röda och bara via blå kanter?



11. Vilket är största 3-potensen (dvs ett tal på formen 3^k där k är ett heltal) som talet $11\ldots1$ (3^n ettor sammanlagt) är delbart med?

12. Bland 18 elever på Mattekollo säger några alltid sanning och några ljuger alltid (av principskäl). Vid en gemensam träff i lektionssalen 2002 gjorde eleverna

några märkliga påståenden. Första eleven sade: "Det finns inga sanningsägare i detta rum". Andra eleven fortsatte med att säga "Det finns inte fler än 1 sanningsägare i detta rum". Tredje eleven sade "Det finns inte fler än 2 sanningsägare i detta rum. Alla andra ökade uppskattningen av antalet sanningsägare med 1 i sina påståenden och den 18:e eleven avslutade med att dundra till med att det inte fanns fler än 17 sanningsägare i rummet. Hur många sanningsägare fanns det egentligen?

13. 20 lag deltog i den Stora Mattedrabbningsturneringen där alla spelade mot alla en gång. Bevisa att det går att numrera lagen med talen $1, 2, \ldots, 20$ på så sätt att det första laget vann mot det andra laget, det andra laget vann mot det tredje, det tredje vann mot det fjärde, ..., det 19:e laget vann mot det 20:e.

14. På ett schackbräde står det positiva heltal i rutorna. Man får välja en valfri kvadrat som består av 4×4 eller 3×3 rutor och addera etta till varje tal i kvadraten. Går det alltid att få alla talen på brädet att vara delbara med 10 med hjälp av några sådana operationer?

15. När Leonid rättade ord "Holland" till "Halland" på $70cm \times 70cm$-stor tavla, blev Erik C ledsen och spottade 150 gånger på tavlan i gengäld, men endast en tredjedel av hans spott nådde målet (dvs, tavlan). Visa att det finns två av hans spott som är högst 15 cm ifrån varandra.

16. Vilket är det största antalet kanter som kan finnas i en graf på 30 noder där det inte finns några cykler av längd 3 (s.k. "trianglar")?

17. Talen $1, 2, \ldots, 20$ står på tavlan. Det går att ersätta två valfria tal med ett tal som är lika med resultat av uträkning "deras summa + deras produkt". Vilket tal kommer att stå kvar på tavlan när det ärendast ett tal kvar? Ge alla möjliga svar.

18. Bevisa att $\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \ldots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$.

19. På varje ruta av ett $3 \times n$-bräde (3 rader, n kolumner) står pjäser av tre olika färger med lika antal pjäser (n) för varje färg. Bevisa att genom att förflytta pjäser i rader går det oavsett ursprungliga placeringen att göra så att det i varje kolumn finns pjäser av olika färg.

20. n rövare delar en skatt. Varje rövare vill ha minst (vad han uppfattar som) en $\frac{1}{n}$ del av skatten, annars blir det bråk. Alla rövare tycker att de kan dela skatten i jämna delar men så fort de börjar göra det så finns det någon som tror att ena biten är större än det andra. Visa hur de kan komma till en överenskommelse där alla tror att de blivit rättvist behandlade.

Lektionsmaterial programmering

29. Robotar (Mindstorms)

23 juli

Vi ska börja med att gå igenom grundläggande styrfunktioner för att hårdkoda lösningar på upprepbara problem. Vi kommer senare bygga vidare på våra program genom att istället få våra program att agera på sensorer.

1. Öppna *LEGO MINDSTORMS Education EV3*.

2. Under den gröna fliken så finns blocken för att styra motorer. Använd ett eller flera motorblock och sätt in olika värden för att lösa något av problemen nedan. Problem är i ungefärlig stigande svårighetsgrad.

(a) Ställ upp ett hinder. T.ex. en tom mjölkförpackning eller ett legotorn. Roboten ska starta ungefär 40cm därifrån riktad mot hindret. De ska programmera roboten att komma så nära hindret som möjligt utan att välta det. Flera personer kan testa samtidigt antingen mot flera olika hinder, eller från olika riktningar mot samma hinder.

(b) Programmera roboten att åka i en fyrkant med rotationer.

(c) Få roboten att åka en viss bana. Det finns en bana markerad på bordet längst fram i klassrummet. Roboten ska vara hårdkodad att följa denna specifika bana. Det är viktigt att roboten startar på exakt samma ställe varje gång.

(d) Placera ut lite läskburkar som roboten ska ta tag i och flytta. Det kan t.ex. vara i samma bana som uppgift **(c)**. Markera ett fast ställe på banan där burken finns så kan de hårdkoda roboten att åka dit och hämta burken. Markera ett annat ställe på banan där burken ska lämnas.

3. Under den orangea fliken finns flow-kommandon. De är block som styr vilka block som används, i vilken ordning och hur många gånger de ska användas.

Lös uppgift **2. (a)** med avståndsmätaren istället. Använd loop-blocken och låt motorerna snurra så länge avståndet är större än ett tal som du bestämmer.

4. Skapa ett program som låter roboten agera på ljussensorn.

(a) Låt den köra framåt tills den når ett streck i marken.

(b) Låt den köra framåt tills den når ett streck i marken, då ska den svänga och sedan fortsätta köra.

5. Skapa ett program som får roboten att köra framåt tills den når en vägg, du ska den vrida på sig så att den inte kör in i väggen.

6. Låt roboten följa ett objekt med hjälp av ultraljudssensorn.

(a) Skapa en P-regulator likt genomgången.

(b) Skapa en variant på en P-regulator som kvadrerar motorvärdet.

7. Låt roboten följa en linje.

(a) Skapa ett program som får roboten att följa en linje på valfritt sätt.

(b) Skapa en I-regulator som följer en linje.

30. Robotar (Technic)

24 juli

Vi kommer att kolla på hur man kan översätta koden från *LEGO MINDSTORMS Education EV3* till micropython.

1. Kom igång med *EV3 MicroPython* genom att följa instruktionerna nedan.

(a) Öppna *Visual Studio Code*.

(b) Klicka på EV3-symbolen längst till vänster.

(c) Klicka på *Create a new project* och välj ett namn för projektet. Låt gärna projektnamnet innehålla ditt namn.

(d) Öppna filen *main.py*.

(e) Du kommer skriva koden under #*Write your program here* på rad 11. Rör inte koden över den kommentaren.

Vanliga funktioner:

Definera motorer och *DriveBase*

```
#Define motors
armMotor = Motor(Port.A)
leftWheel = Motor(Port.B)
rightWheel = Motor(Port.C)

#Define DriveBase
robot = DriveBase(leftWheel, rightWheel, 56, 114)
```

Styr motor utan att använda rotationssensorer

```
#Set duty cycle to 100% (values from -100 to 100 are accepted)
Motor.dc(duty)

leftWheel.dc(100)#100% motor power forward
rightWheel.dc(-100)#100% motor power backward

#Stop motor
leftWheel.stop()#Stops motor on the left wheel
```

Funktioner för motorer med rotationssensorer

```
#Get the angle of motor (deg)
armMotor.angle()

#Reset angle of motor
armMotor.reset_angle()

#Get angular speed of motor (deg/s)
leftWheel.speed()
```

Styr motor med rotationssensorer

```
#Run motor with specefic angular speed (deg/s)
leftWheel.run(30)#Run motor at 30 deg/s
rightWheel.run(30)#Run motor at 30 deg/s

#Run motor with specefic angular speed (deg/s) and stor after specefic time (s)
Motor.run_time(speed, time)

leftWheel.run_time(30, 5)#Run motor at 30 deg/s for 5 seconds
rightWheel.run_time(30, 5)#Run motor at 30 deg/s for 5 seconds

#Accelerate, run and decelerate with defined speed towards target angle
Motor.run_angle(speed, target_angle)

armMotor.run_angle(30, 90)#Run motor as defined with top-speed 30 deg/s and a
    target angle of 90 deg.

#Run motor with constant speed to target angle
Motor.run_target(speed, angle)

armMotor.run_target(60, 90)#Run motor with speed 60 deg/s to angle 90 deg.
```

Styr roboten med *DriveBase*

```
#Drive and steer robot
DriveBase.drive(speed, steering)

robot.drive(100, 0)#Drive robot straght forward at 100 mm/s
robot.drive(100, 20)#Drive robot at 100 mm/s and turn right at 20 deg/s
robot.drive(100, -20)#Drive robot at 100 mm/s and turn left at 20 deg/s

#Drive and steer robot for a specific time
DriveBase.drive_time(speed, steering, time)

robot.drive_time(100, 0, 5000)#Drive robot straght forward at 100 mm/s for 5
    seconds
robot.drive_time(100, 20, 5000)#Drive robot at 100 mm/s and turn right at 20
    deg/s for 5 seconds
robot.drive_time(100, -20, 5000)#Drive robot at 100 mm/s and turn left at 20
    deg/s for 5 seconds
```

2. Använd funktionerna nedan för att lösa en eller flera av problemen nedan. Problem är i ungefärlig stigande svårighetsgrad.

(a) Ställ upp ett hinder. T.ex. en tom mjölkförpackning eller ett legotorn. Roboten ska starta ungefär 40cm därifrån riktad mot hindret. De ska programmera roboten att komma så nära hindret som möjligt utan att välta det. Flera personer kan testa samtidigt antingen mot flera olika hinder, eller från olika riktningar mot samma hinder.

(b) Programmera roboten att åka i en fyrkant med rotationer.

(c) Få roboten att åka en viss bana. Banan kan med fördel tejpas upp på golvet. Roboten ska hålla sig inom de båda väggrenarna. Roboten ska vara hårdkodad att följa denna specifika bana. Det är viktigt att roboten startar på exakt samma ställe varje gång.
Banan behöver inte vara tejpad. Ni kan ställa upp en lego-markör eller en kon som roboten ska ta sig runt och sedan tillbaka till starten. Eller flera koner/bollar som roboten ska köra slalom mellan utan att slå ned någon av konerna/bollarna.

(d) Placera ut lite läskburkar som roboten ska ta tag i och flytta. Det kan t.ex. vara i samma bana som uppgift **(c)**. Markera ett fast ställe på banan där burken finns så kan de hårdkoda roboten att åka dit och hämta burken. Markera ett annat ställe på banan där burken ska lämnas.

Definiera sensorer

```
#The port number is passed as a parameter
touchSensor = TouchSensor(1)
gyroSensor = GyroSensor(2)
colorSensor = ColorSensor(3)
ultrasonicSensor = UltrasonicSensor(4)
```

Trycksensor

```
#Get state of button (bool)
touchSensor.pressed()
```

Gyroskopisk sensor

```
#Get angular velocity (deg/s)
gyroSensor.speed()

#Get angle (deg)
gyroSensor.angle()

#Reset angle
gyroSensor.reset_angle()
```

Färgsensor

```
#Get color (Color.BLACK, Color.BLUE, Color.GREEN, Color.YELLOW, Color.RED,
    Color.WHITE, Color.BROWN or None)
colorSensor.color()

#Get ambient light intensity (%)
colorSensor.ambient()

#Get reflection of surface using red light (%)
colorSensor.reflection()
```

```
#Get reflection of surface using red, green and then blue light ((%, %, %))
colorSensor.rgb()
```

Ultraljudsmätare

```
#Measure distance (mm)
ultrasonicSensor.distance()

#Check pressense of other ultrasonic sensor (bool)
ultrasonicSensor.pressense()

#Measure distance and avoid pressensedetection of your sensor
ultrasonicSensor.distance(true)#This will enable silent mode and the sensor
    will only be detectable when making a measurement.
```

3. Skapa ett program som låter roboten agera på ljussensorn.

(a) Låt den köra framåt tills den når ett streck i marken.

(b) Låt den köra framåt tills den når ett streck i marken, då ska den svänga och sedan fortsätta köra.

4. Skapa ett program som får roboten att köra framåt tills den når en vägg, du ska den vrida på sig så att den inte kör in i väggen.

5. Gå ihop med en kompis och få två robotar att köra i formation eller synkroniserat mönster.

31. Robottävling

26 juli

Lagen består av $1-2$ personer. Alla lag börjar med 1 000 poäng. En utmaning kommer att presenteras först. Det första två lagen som blir klara möter varandra i en duell. Vinnaren får 1 000 poäng. Nästa par som möter vanadra tävlar om 900 poäng, nästa 800 osv. Om en av de tävlande redan har kört en duell där en vinnare utsågs så tävlar man istället om häften av motståndarens poäng i den utmaningen. Om motståndaren inte har fått några poäng i den utmaningen så tävlar man om hälften av motståndarens startpoäng. I den sista utmaningen så behöver man inte möta någon utan bara klara utmaningen. Det första laget som klara utmaningen får 1 000 poäng, nästa lag får 900 osv. Så fort någon vinner en utmaning så presenteras nästa utmaningen som alla kan tävla i. Man behöver alltså inte lösa utmaningarna i ordning.

Utmaningar

1. **Drag Race** Roboten som kommer först över mållinjen vinner. Man förlorar automatiskt om man passerar startstrecket innan startsignal från ledare.

2. **Sumobrottning** Båda robotarna börjar i varsin sida av ringen. Den roboten som hamnar utanför ringen först förlorar.

3. **Linjerace** Robotarna ska följa en bana. Försten till mitten vinner. Om båda vill tävla på samma sida av banan så vinner roboten med bäst tid.

4. **Städa** Roboten ska starta på markerad plats, ta upp en aluminiumburk vid markerad plats och lämna den på den andra markerade platsen.

32. Tävlingsprogrammering

28 juli

Tävlingsprogrammering handlar om att skriva algoritmer som löser olika problem. Man ska ta in data, beräkna problemets lösning och mata ut svaret.

I den här lektionen så vi kolla på enkla kattis-problem som en introduktion till tävlingsprogrammering och för att lära oss hur kattis fungerar.

På kattis finns massor av tävlingsprogarmmeringsproblem och det är det är en av de vanligaste plattformarna för programmeringstävlingar.

1. **Två-summa** (https://po.kattis.com/problems/twosum)

Per-Magnus försökera addera två heltal, men han har aldrig lärt sig hur man gör. Hjälp honom!

Indata

Indatan består av en enda rad med två heltal $0 \leq a \leq 1\,000$ och $0 \leq b \leq 1\,000$.

Utdata

Du ska skriva ut ett enda tal, summan $a + b$.

Exempelfall

1 1	2
2 2	4

2. **Triangelarea** (https://po.kattis.com/problems/triarea)

Per-Magnus lyckades lösa sin additions-läxa tack vare dig, men nu har han ett stort problem. Nu ska han beräkna arean av en triangel, men har glömt bort formeln för detta!

Han har mätt triangelns bas och höjd med linjal nu (ner till antal millimetrar). Givet detta, beräkna vad triangelns area är.

Indata

Indatan består av en enda rad med två heltal $0 \leq h \leq 1000$ och $0 \leq b \leq 1000$, triangels höjd respektive bredd.

Utdata

Du ska skriva ut ett enda tal, triangelns area.

Exempelfall

1 1	0.5
2 2	2

3. **Kuber** (https://po.kattis.com/problems/kuber)

Nadja klistrar ihop små träkuber med sidlängd 1 till större kompakta kuber. Hon har nu bestämt sig för att hon vill ha en kub av varje sidlängd från 1 till N. Hur många småkuber behöver Nadja?

Indata

På den första och enda raden i indatan står heltalet N, $1 \leq N \leq 100$.

Utdata

Programmet ska skriva ut en rad med ett heltal: antalet småkuber Nadja behöver.

Förklaring av exempel

I exempel 1 vill Nadja ha en kub av varje sidlängd från 1 till 4. Då behövs $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100$ stycken småkuber.

Exempelfall

4	100
7	784

4. **N-summa** (https://po.kattis.com/problems/nsum)

Nu är det kokta fläsket stekt och det råa baconet rökt.

Per-Magnus chef stormade in på Per-Magnus kontor och klagade över additionsprogrammet du hade skrivit åt honom. Det adderar ju bara två tal, vilket så klart är helt oanvändbart. Hur kunde du komma på tanken att skriva ett så dumt program?

Rätta till ditt program omedelbums, så att det istället summerar N heltal, där N är givet i indatan.

Indata

Den första raden i indatan består av ett heltal $2 \leq N \leq 10$, antalet tal som ditt program ska addera.

Nästa rad består av N stycken heltal, varje mellan 0 och 1 000.

Utdata

Du ska skriva ut ett enda tal, summan av de N talen på rad 2.

Exempelfall

2 1 1	2

5 1 2 3 4 5	15

IV

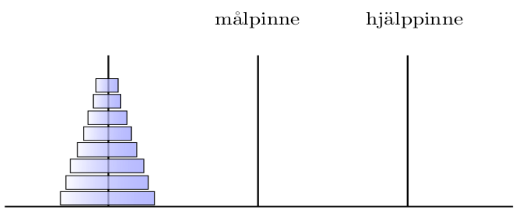
Appendix

A. Projektförslag

Matte & Data

5. Hanoi-torn (Valentina)

I slutet av 1800-talet presenterade den franske matematikern Edouard Lucas ett slags matematiskt pussel som gick ut på att under iakttagande av vissa spelregler (se nedan) förflytta ett antal olika stora skivor, som låg travade på varandra över en pinne. Efter en lyckad genomförd förflyttning, skulle skivorna ligga travade över en annan pinne (målpinne) i samma ordning som från början, dvs. i storleksordning med den största skivan underst. En tredje pinne (hjälppinne) skulle finnas tillhands som mellanlandningspinne.



Spelregler: Skivorna skall flyttas en i taget, från pinne till pinne. Och ingen skiva tillåts någonsin att hamna ovanpå en mindre skiva eller utanför de tre pinnarna.

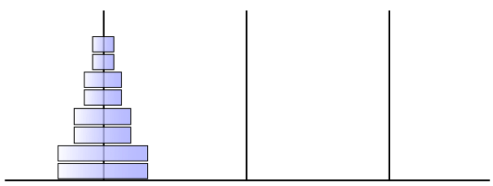
(a) Lös pusslet för 4 skivor.

(b) Bestäm det minsta antalet enskilda skivförflyttningar som behövs för att på nämnda sätt flytta ett torn med 5 skivor.

(c) Bestäm det minsta antalet förflyttningar för n skivor.

(d) Skriv ett program som skriver ut den snabbaste lösningen för pusslet med n skivor.

(e) I följande variant på pusslet med Hanoi-tornen förekommer par av identiska skivor.



I övrigt gäller samma regler som i det vanliga pusslet.

(f) Bestäm hur det minsta antalet drag som behövs för ett torn beror på antalet drag som behövs som minst för ett torn som har två skivor färre.

(g) Bestäm en formel för hur man räknar ut antalet drag som behövs som minst om man känner till antalet skivor i tornet.

De sista två uppgifterna finns i två varianter:

- de två identiska skivorna av varje storlek tillåts hamna i omvänd ordning i den slutgiltiga placeringen i förhållande till den ursprungliga.
- två identiska skivor tillåts *aldrig* att hamna i omvänd ordning i den slutgiltiga placeringen.

6. Skriv ett program för att rita Mandelbrotmängden, Juliamängden, eller annan fraktal.

7. Lär dig mer om Huffman kodning. Se om du kan komprimera bibeln eller en annan stor textmassa. Skapa ett eget verktyg för komprimering och dekomprimering av filer. Kan du komma på nått smartare än Huffman gjorde på 50-talet? Valentinas kompis Donald Knuth tog bland annat fram FGK algoritmen.

8. (Henrik)

(a) På hur många sätt kan man ta sig ner från trappa med 5 steg om man får ta ett eller två steg varje gång?

(b) På hur många sätt kan man ta sig ner från trappa med n steg om man får ta ett eller två steg varje gång?

(c) På hur många sätt kan man ta sig ner från trappa med 5 steg om man får ta ett eller tre steg varje gång?

(d) På hur många sätt kan man ta sig ner från trappa med n steg om man får ta två eller sju steg varje gång?

(e) Skriv en kod som löser problemet för en trappa av storlek n och en allmän kombination av tillåtna steglängder.

Programmering

9. När man spelar Set, kan det ibland inträffa att bland 12 kort som ligger på bordet finns ingen set alls. Hur många uppsättningar av 12 kort finns det som har denna egenskap? Räknar man det så kan man uppskatta hur sannolikt är det att denna situation händer i början av spelet.

Detta projekt kräver grundläggande programmeringskunskaper och intresse i kombinatorik. (Leonid)

10. För RSA-kryprosystem att fungera krävs det att man kan generera väldigt stora primtal (oftast ≥ 1024 bit, dvs är över 2^{1024} vilket kan grovt uppskattas som 10^{72}). Att testa om tal är ett primtal kan ta extremt lång tid och därför filtrerar man bort flera genererade tal först med olika primalitetstesterna. Den enklaste testen baseras på Fermats lilla sats, vilket kollar rester av flera tal i potens av testande tal.

(a) Implementera procedur att testa om tal är ett primtal. Detta test ska enbart ge ett negativt svar om talet är ett sammansatt tal och positiv om talet är ett primtal.

(b) Implementera snabbräkning av potensfunktion för rester.

(c) Implementera en filtreringstest som grundar sig på Fermats lilla sats.

(d) Generera några stora tal (10-20-siffriga tal) på ett slumpmässigt sätt och kolla om du kan få tag på något stort primtal genom att filtrera med hjälp av punkt c) och komplettera med koll från a).

Detta projekt förutsätter några förkunskaper i talteori och programmering. (Leonid)

11. Färgar man ett 2-dimensionellt figur i svart och vit såsom man gör med schackbrädet, kan man få att antal svarta och vita rutor är inte lika. I detta fall vet vi att det går inte att fördela figuren i dominobitar 2×1. Men även om färgningen ger lika antal rutor av samma färg, är det ingen garanti att denna fördelning kan ske. Skriv ett program som kan lösa det för ett valfritt relativt stort input fält.

Detta projekt kräver bra förkunskaper i programmering.

(Leonid)

12. Implementera Game Of Life i Python med t.ex. arcade biblioteket.

13. Gör ett program som kan lösa Sudoku, Snail, Staketen, Skyskrapor, eller något annat kul pussel som Cumlin gillar. Fredrik L har en grund för Nonograms som sköter det grafiska.

14. Skriv ett spel i brainfuck. Fredrik L har skapat hangman i brainfuck, så det går.

15. Lär dig x86 assembler. Det är så nära maskinkod man kan komma utan att skriva i maskinkod. Varje assemblerinstruktion motsvarar exakt en sekvens av ettor och nollor.

16. Skapa en allmän (begränsad) fysiksimulator.

17. Visa hur stjärnhimlen ser ut från en annan stjärna. Ladda ned en databas med stjärnor. Konvertera deras positioner till ett kartesiskt koordinatsystem och använd deras styrka för att avgöra om de syns eller inte på himlavalvet. Projicera ned de som syns på en 2D-yta och visualisera.

18. Om utomjordingar reser mellan olika solsystem, och de alltid reser kortaste vägen (en rak linje mellan två punkter), hur nära jorden kommer de som närmast att komma? Använd en databas från nätet med stjärnornas koordinater. Begränsa dig till stjärnor närmare än 50 ljusår.

19. Lek med webbkameran i laptopen och se om du kan känna igen ansikten, eller andra objekt? Fredrik har jobbat en del med sånt.

20. Skapa en hemsida. HTML, CSS, JavaScript. Hemsidan kan handla om dig, din familj, mattekollo eller dina intressen.

21. Tävlingsprogrammering: Lös uppgifter på Project Euler eller Kattis.

Robotar

22. Linjeföljare. Följa linje så robust som möjligt, linjen kan ha hinder som roboten måste upptäcka och navigera runt. Linjen kan också upphöra på vissa sträckor för att senare komma tillbaka, då ska roboten söka sig till linjen. Finns internationella tävlingar för linjeföljande robotar, till exempel RoboCup Junior Line.

Finns också tävlingar där man ska följa en linje så snabbt som möjligt.

23. Labyrintlösning. Utforska en labyrint så effektivt som möjligt. Bygga upp en karta och markera vilka celler som är besökta. Eller åka runt slumpmässigt i labyrinten? Finns internationella tävlingar för labyrintlösande robotar, till exempel RoboCup Junior Maze.

24. Brandbekämpning. Låta en robot släcka stearinljus. Kan vara svårt att hitta ljusen utan värmesensorer, går med ljussensor när man är tillräckligt nära. Finns tävlingar även i detta. Se till exempel Trinity College Int'l Fire Fighting Robot Contest.

25. Installera Twitter eller nån webbserver på en Lego robot och låt den ta del av sociala medier! Kanske kan den twittra varje gång någon går framför roboten?

26. Lek och utforska Nao-roboten! Programmera röstigenkänning? Eller nån visionalgoritm som känner igen objekt?

27. Programmera en robot att lösa så många uppdrag som möjligt på Spaceuppdragsmattan.

28. Gör en robot som kan rita. Fäst en penna och låt den börja måla! Tips: Använd whiteboardpenna för att slippa förstöra hela golvet. Går också att göra en snörupphängd robot som skriver på en whiteboardtavla.

Annat

29. Alla på lägret utmanas i problemlösning, ledare som deltagare! Gör en diagnos, regga dig och få xp av att lösa problem. Själv eller tillsammans med nån. Mest xp gainat mellan 26 och 30 juli vinner! Man får endast skapa ett konto per person. Adressen till tävlingssidan: http://rolima.se (Valentina)

30. Skriv ut något spännande på 3D-skrivaren (Henrik)

B. Regler Mattedrabbning

Regelsammanfattning Mattedrabbning

- Lagen turas (nästan alltid) om att utmana varandra på problem.
- Laget som blir utmanat presenterar lösningen eller skickar utmaningen tillbaka.
- En person skickas till tavlan för att presentera lösningen.
- Laget som inte presenterar lösningen skickar fram en opponent till tavlan, som ställer frågor.
- När opponenten är nöjd, så ställer juryn (lärarna) frågor.
- Man får poäng utefter hur rätt man hade när man presenterade.
- Om lösningen är helt korrekt, får det presenterande laget 12 poäng och andra får 0 poäng.
- Om lösningen är helt fel och opponenten påpekar det och förklara varför det är fel, så får laget som presenterar 0 poäng och laget som opponerar får 6 poäng.
- Man får inte prata med laget om man står framme vid tavlan.
- Man får ta halvminutspauser (max 6 stycken) för att laget ska få prata med personen som står framme vid tavlan.
- Ingen person får gå fram och presentera mer än två gånger.
- I början av drabbningen har man en liten s.k. ”kaptenstävling” där det vinnande laget får bestämma vem som utmanar först.
- Laget med mest poäng vinner!

Detaljerade regler Mattedrabbning

Mattedrabbning är en tävling för två lag i lösning av matematikproblem. Drabbningen består av två delar. Först får lagen ett antal problem och en bestämd tid att lösa dem på. Under lösningstiden får lagen inte använda hjälpmedel (förutom simpel miniräknare som är ok, samt pennor, passare, linjal och dyl.), och får endast prata om problemen med juryn. Efter utsatt tid börjar själva drabbningen, när lagen presenterar lösningarna för varandra enligt reglerna. När det ena laget presenterar en lösning, opponerar det andra laget på lösningen, d.v.s. söker fel och brister i den, och om det visar sig att lösningen saknas, får även det andra laget presentera sin egen lösning. Juryn tilldelar poäng både för presentation och opponering. Om lagen inte lyckas slutföra lösningen under diskussionen eller om de har några fel, får juryn ge en del av poängen (och även alla poäng) till sig själv. Om totalpoängen skiljer sig med mindre än 4 poäng när tävlingen är över, slutar drabbningen oavgjort, annars vinner laget med flest poäng.

Utmaning

Drabbningen består av flera omgångar. I varje omgång är det ena laget kärande och det andra laget svarande. Först utmanar käranden till ett problem, som inte presenterats tidigare (till exempel: "Vi utmanar motparten till problem 8"). Sen bestämmer det svarande laget om det tackar ja eller nej till utmaningen (de får 1 minut på sig att bestämma sig). Om laget tackar ja, måste det skicka en föredragande som ska presentera lösningen, medan det kärande laget får skicka en opponent med uppdraget att söka fel i lösningen. Om svarande laget tackar nej (det kallas för kontroll av korrekthet) måste det kärande laget skicka den föredragande, medan det svarande får skicka en opponent. (Ett lag får också låta bli att skicka en opponent för att spara ett uppträdande. Då deltar laget inte längre i den pågående omgången, får inte poäng och kan inte ångra sig).

Föredraget

Först presenterar den föredragande sin lösning. Han/hon måste ge svar på alla frågor i problemet och visa att alla svaren är riktiga och fullständiga. Bland annat måste den föredragande bevisa varje påstående den formulerar eller hänvisa till det som välkänt. Den föredragande måste uttrycka sig klart, bland annat måste han/hon vara beredd att upprepa vilken del som helst av sitt föredrag om juryn eller opponenten ber om det. Föredragets tid är begränsat till vanligtvis 10-15 minuter. Om tiden tar slut men den föredragande vill fortsätta får juryn bestämma om han/hon får göra det.

Den föredragande får ha med sig ett pappersark med bilder, och (om juryn tillåter det) ett med beräkningar. Men man får inte ha med sig texten med hela lösningen. Den föredragande får:

- före föredraget rita upp allt som behövs på tavlan (teckningar, ritningar o.s.v.);
- låta bli att svara på opponentens frågor före diskussionen;
- be opponenten att precisera sin fråga (till exempel kan man förelägga sin egen version ”Förstår jag rätt att du frågar ...?”);

- låta bli att svara på en fråga, med någon av motiveringarna: a) det vet jag inte; b) jag har ju redan svarat på denna fråga (och förklara när och hur); c) det är inte en korrekt fråga, eller den frågan ingår inte i vetenskaplig diskussion. Om opponenten inte godkänner motivering (b) eller (c) bestämmer juryn vem som har rätt.

  Den föredragande måste inte:

- förklara hur man har kommit på svaret om man kan bevisa på ett annat sätt att svaret är riktigt och fullständigt;
- jämföra sitt eget förfaringssätt med ett annat, bland annat i vilket mån det är kort, vackert eller generellt.

Opponering

Under föredraget får opponenten bara ställa frågor om den föredragande tillåter det. Dock får opponenten be om att upprepa en del av föredraget, och även tillåta att ett påstående som man tror vara självklart inte behöver bevisas. Efter föredraget får opponenten ställa frågor. Om opponenten inte kan ställa nästa fråga inom en minut bestäms det att man inte har fler frågor. Om den föredragande inte börjar svara på en fråga inom en minut bestäms det att svaret saknas. Som en fråga får opponenten:

- kräva att den föredragande upprepar en viss del av föredraget;
- be den föredragande att precisera vilket påstående som helst, bland annat genom att a) be om en terminologisk definition (”Vad menar du med...”) eller b) formulera om ett påstående och be om en bekräftelse (”Förstå jag rätt att du påstår...”);
- be den föredragande att bevisa ett påstående som den föredragande har använt och som opponenten inte känner till (juryn bestämmer om påståendet verkligen är allmänt känt);
- godkänna svaret eller icke godkänna det (i senare fall med motivering).

Om opponenten tror att den föredragande drar ut på tiden för att finna en lösning under föredraget, eller att föredraget mest inte har något att göra med lösningen, då får opponenten efter 10 minuter be den föredragande att framlägga ett svar (om problemet måste ha ett svar) eller en plan för sitt resonemang. Opponenten måste upprepa och precisera sina frågor om den föredragande eller juryn ber om det. Slutligen får opponenten ge ett utlåtande på en av följande former: a) lösningen är riktig; b) lösningen (svaret) är riktig på det hela taget, men det finns dessa brister; c) lösningen (svaret) är felaktig, det finns fel (brister) i dessa nyckelpåståenden, eller det finns ett motexempel.

Om opponenten godkänner lösningen, slutar han/hon och hans/hennes lag att delta i diskussionen under den här omgången. Vanligtvis börjar juryn ställa frågor till den föredragande efter opponentens utlåtande. Juryn får även blanda sig i diskussionen tidigare, dock får den då inte ställa frågor som hade kunnat ge poäng till opponenten om denne skulle ställa dem.

Båda lagen måste vara tysta under föredraget och diskussionen. För kommunikation och rådgivning mellan ett lag och dess representant får det tas en paus i en halv minut. (Motparten får använda denna tid för konsultation också.) Varje lag får ta en sådan paus när som helst, dock bara 6 gånger under drabbningen. Det är kaptenen som tar pausen. Representanten vid tavlan får bara be kaptenen att ta pausen eller be om att få bli utbytt mot en annan spelare (detta räknas som två pauser).

Antalet uppträdanden

Varje spelare har rätt att uppträda två gånger, d.v.s man får skickas till tavlan som fördragare eller opponent högst två gånger under drabbningen. Om laget byter ut sin representant vid tavlan räknas det som uppträdande av både den nya föredragande och den som blivit utbytt. Dessutom kostar ett utbyte två halvminutspauser (denna minut får laget använda även för konsultation). Således kan ett lag göra högst tre utbyten.

Den första utmaningen – Kaptenstävlingen

Vem som skall utmana först avgörs genom kaptenstävlingen just före själva drabbningen. Varje lag skickar en representant till tavlan (det kan vara kaptenen eller vilken lagmedlem som helst). Juryn ger ett enkelt problem till representanterna. Representanten som först säger sig ha ett svar, får svara. Man vinner om lösningen är rätt och förlorar annars. Juryn måste säga i förväg om det räcker med bara svar eller om det krävs ett svar med resonemang. Istället för kaptenstävlingen får juryn använda en lottdragning eller framställa ett spel för representanterna.

Rollomvändning

Rollomvändning kan bara ske i den omgång som inte är kontroll av korrekthet. Om juryn understödjer opponentens kritik, erbjuder juryn opponenten att rätta felen och fylla luckorna i föredraget. Om opponenten tackar ja sker en partiell rollomvändning och opponenten och den föredragande byter roller. Om juryn understödjer opponentens påstående att lösningen saknas i föredraget, eller är helt felaktig, erbjuder juryn opponenten att presentera sin egen lösning. Om opponenten tackar ja sker en total rollomvändning. Efter rollomvändningen får den före detta opponenten poäng för sin lösning, medan den före detta föredragande kan få poäng för kritik. Dock kan det inte ske rollomvändning en gång till i samma omgång.

Korrekt utmaning

Om utmaningen antas direkt, så är den alltid s.k. *korrekt*. Om utmaningen skickas tillbaka, så finns det två möjligheter. Om det utmanande laget erkänner att de inte har någon lösning, så är utmaningen automatiskt *inkorrekt*.

Om det utmanande lagets föredragare går fram till tavlan och berättar en lösning så beror korrekheten på. Om opponenten kan bevisa att lösningen är inkorrekt så räknas även utmaningen som inkorrekt. Om opponenten godkänner lösningen räknas utmaningen som korrekt.

Ordningen på utmaningarna och mattedrabbningens slut.

Om utmaningen som skedde var inkorrekt, så måste det utmanande laget utmana även i nästa omgång. I alla andra fall turas lagen om att utmana varandra.

När som helst kan det utmanande laget säga att de inte längre vill utmana denna mattedrabbning (vanligtvis gör man detta när man inte längre har några lösta problem bland de kvarvarande). Efter det får det andra laget möjligheten att redovisa de kvarvarande problemen (vilka de vill, de måste inte redovisa något). Laget som sagt att de inte längre vill utmana kan då bara opponera och få poäng för opponering. Inga rollbyten kan längre ske.

Mattedrabbningen är slut när alla problemen har redovisats eller om ett av lagen säger att de inte vill utmana längre och det andra laget vill inte längre redovisa något.

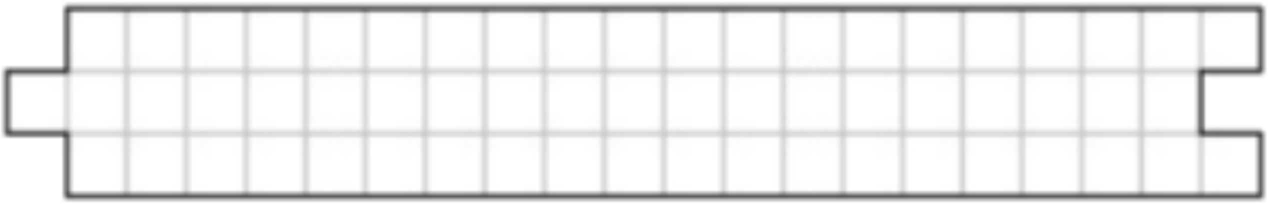
Poängutdelning

Varje problem kan ge 12 poäng, vilka slutligen delas mellan den föredragande, opponenten och juryn. Om den föredragande har presenterat en rätt och fullständig lösning, får han/hon alla 12 poäng. Annars finns det fel och luckor i lösningen, som opponenten måste upptäcka och påpeka (om opponenten bortser från några fel måste juryn påpeka dem senare).

Den föredragande får rätta felen och fylla i luckor. Orättade fel och ofyllda luckor minskar hans/hennes slutpoäng (juryn bestämmer med hur mycket). Dock om den föredragande har rättat alla fel och har presenterat den fullständiga lösningen bara efter ledande frågor från opponenten och/eller juryn, kallas det en ”oren lösning”. Då får juryn ta 1-2 poäng av den föredragande och ge dem till opponenten eller till sig själv. För varje orättad brist som opponenten har påpekat får han/hon hälften av bristens kostnad (d v s halva den poäng som avdragits från den föredragande). Den andra halvan kan opponenten försöka få genom att rätta bristerna själv (om juryn tillåter en partiell rollomvändning).

Om de påpekade och orättade bristerna kostar sammanlagt 6 poäng eller mer, bestäms det att opponenten bevisat att lösningen saknades. Då kan juryn tillåta en fullständig rollomvändning, d v s opponenten får presentera sin egen lösning helt från början. Efter rollomvändning tilldelar juryn de poäng som är kvar enligt samma princip: f.d. opponenten får för sitt föredrag, den f.d. föredragande för kritik (halvkostnadsprincipen och oren lösning gäller). Om opponenten har bevisat att lösningen saknas under kontroll av korrekthet får denne 6 poäng, medan den föredragande får 0 till 6 poäng för idéer.

Häftet innehåller material från Mattekollo 2019 för åk 6-8, alla matematik- och programmeringsgrupper, samt projektförslag.



Tack till alla deltagare och ledare!